

**Università degli Studi di Napoli Federico II**



**Dipartimento di Ingegneria Industriale**

Tesi di Dottorato

**Sull'interazione tra un materiale poroso e un campo  
sonoro esterno**

**Tutor:**

*Prof. Rosario Romano*

*Prof. Raffaele Dragonetti*

**Candidato:**

*Marialuisa Napolitano*

## **Indice**

<b>Introduzione.....</b>	<b>4</b>
--------------------------	----------

## **Capitolo 1**

<b>1. Definizioni e concetti fondamentali.....</b>	<b>7</b>
--	----------

1.1. Materiali porosi.....	7
1.2. Coefficiente di assorbimento.....	8
1.2.1. Coefficiente di riflessione complesso.....	11
1.3. Modelli per la previsione del comportamento acustico dei materiali porosi.....	11
1.3.1. Parametri fisico-strutturali dei materiali porosi.....	14
1.3.2. Modello di Delany e Bazley.....	17
1.3.2.1. Modello di Miki.....	18
1.3.2.2. Modello di Garai e Pompoli.....	18
1.3.3. Modello di Johnson Champoux Allard.....	19
1.3.3.1. Modello di Johnson Champoux Allard Lafarge.....	20
1.3.3.2. Modello di Johnson Champoux Allard Lafarge Pride.....	21
1.3.4. Teoria di Biot.....	23
1.4. Impedenza acustica superficiale.....	24
Bibliografia.....	26

## **Capitolo 2**

<b>2. Analisi teorico-sperimentale del coefficiente di riflessione piano.....</b>	<b>28</b>
---	-----------

2.1. Interazione tra un'onda piana ad incidenza normale e un materiale poroso.....	28
2.1.1. Tubo ad onde stazionarie.....	31
2.2. Interazione tra un'onda piana ad incidenza obliqua e un materiale poroso.....	33
2.2.1. Metodo di Tamura.....	37
2.3. Misure sperimentali del coefficiente di riflessione piano ad incidenza obliqua.....	41
2.3.1. Misure dei parametri non acustici dei materiali porosi .....	41
2.3.2. Misure sperimentali con array microfónico.....	47
2.3.3. Misure sperimentali con due microfoni.....	50

Bibliografia.....	58
-------------------	----

## **Capitolo 3**

### **3. Valutazione teorica del coefficiente di riflessione sferico.....60**

3.1. Modelli di previsione del campo sonoro.....	60
3.1.1. Modello di Nobile e Hayek.....	61
3.1.2. Modello di Di e Gilbert.....	62
3.1.3. Modello di Chien e Soroka.....	63
3.1.4. Modello di Allard.....	46
3.2. Confronto tra i modelli analitici.....	65
3.3. Validazione del modello di Allard.....	72
Bibliografia.....	77

## **Capitolo 4**

### **4. Confronto numerico e sperimentale tra il coefficiente di riflessione sferico e il coefficiente di riflessione piano.....57**

4.1. Confronto numerico.....	58
4.2. Confronto sperimentale.....	61
Bibliografia.....	66

## **Capitolo 5**

### **5. Considerazioni numeriche sul campo sonoro riflesso.....88**

5.1. Simulazioni numeriche.....	88
5.2. Risultati.....	90
5.2.1. Relazione tra la teoria piana e la teoria sferica.....	93
5.2.2. Considerazioni sull'angolo di riflessione.....	98
5.2.3. Influenza della condizione di impedenza superficiale.....	100
Bibliografia.....	106

### **Conclusioni.....107**

### **Appendice.....109**

## Introduzione

I materiali porosi rivestono un ruolo di fondamentale importanza non solo nell'ambito della progettazione e della correzione acustica degli ambienti confinati con riferimento sia al settore civile che industriale, ma, anche, per il loro utilizzo in applicazioni per il controllo del rumore di prodotti industriali con particolare riferimento al settore automotive, ferroviario e all'industria degli elettrodomestici.

Generalmente, nei casi in cui un'analisi di tipo energetico sia sufficiente per l'indagine che deve essere condotta, l'effetto del materiale poroso sul campo sonoro che interagisce con esso è descritto mediante il valore del coefficiente di assorbimento acustico del sistema fonoassorbente realizzato con il materiale poroso stesso, mentre, nei casi in cui bisogna considerare la natura ondulatoria del fenomeno, si ricorre al coefficiente di riflessione  $C_r$  complesso. Il legame tra il valore del coefficiente di riflessione complesso e quello del coefficiente di assorbimento acustico è univocamente definito ed è, altresì, ben noto che, qualora il campo sonoro che incide sul sistema fonoassorbente sia piano, il coefficiente di riflessione complesso è legato all'impedenza superficiale del sistema fonoassorbente da una semplice relazione. L'impedenza superficiale, nel caso di materiale poroso a reazione locale è uniforme sulla superficie del materiale e indipendente dalla direzione di incidenza del campo sonoro. Tuttavia in molte applicazioni, il materiale poroso impiegato non è localmente reattivo ma a reazione estesa e, soprattutto con riferimento al controllo del rumore di prodotti industriali in cui i volumi in gioco sono estremamente limitati, il campo sonoro che interagisce con il materiale poroso non è piano ma alquanto complesso. In questo ambito, l'attività di ricerca svolta durante il dottorato e, quindi, il presente lavoro di tesi ha affrontato ed approfondito in che modo le proprietà fisico-strutturali del materiale poroso influenzano il campo sonoro al di sopra di esso.

In particolare, inizialmente, lo studio è stato mirato alla caratterizzazione teorica e sperimentale del coefficiente di riflessione complesso nel caso di un campo sonoro piano incidente. Successivamente si è determinato il coefficiente di riflessione per onda sferica. Ciò ha comportato l'individuazione di un corretto modello di previsione

del campo sonoro creato da una sorgente monopolare sulla superficie del materiale poroso.

A tale scopo sono stati approfonditi diversi modelli analitici disponibili in letteratura ed attraverso un confronto con dati numerici e sperimentali, è emerso che il modello di Allard è quello che, meglio di altri, riesce a prevedere il campo sonoro creato da una sorgente monopolare sulla superficie di un materiale poroso posto su una superficie rigida retrostante. Mediante l'utilizzo del modello di Allard è stato possibile determinare il coefficiente di riflessione complesso semplicemente basandosi sulla sua definizione ossia considerando il rapporto tra la pressione sonora riflessa e quella incidente.

Confronti numerici e sperimentali tra il coefficiente di riflessione piano e quello sferico così ottenuto hanno messo in luce notevoli differenze e sono stati evidenziati i parametri più importanti da cui le suddette differenze dipendono.

Infine, un confronto tra il campo sonoro che si genera al di sopra di un materiale poroso quando viene supposto a reazione locale o a reazione non locale ha, altresì, evidenziato l'influenza di tali ipotesi. Essa consiste in una differente tecnica di modellazione dell'interfaccia del materiale poroso. Infatti l'ipotesi di comportamento a reazione locale prevede l'utilizzo di un solo valore di impedenza superficiale mentre l'ipotesi di reazione non locale implica un differente valore di impedenza su tutta la superficie del materiale poroso.

Il lavoro di tesi è stato così strutturato. Nel primo capitolo sono riportate alcune definizioni e concetti fondamentali che saranno utili per rendere più chiaro il resto della trattazione. Il secondo capitolo riguarda la determinazione numerica del coefficiente di riflessione complesso nel caso di onda piana per diversi angoli di incidenza e la sua determinazione sperimentale mediante il tubo ad onde stazionarie, nel caso di incidenza normale, e la tecnica di Tamura nel caso di incidenza obliqua. Saranno, quindi, riportati e analizzati i risultati sperimentali di tali tecniche che serviranno da paragone con i valori del coefficiente di riflessione sferico determinato nel terzo capitolo. Nello stesso è stata dedicata una particolare attenzione all'analisi e al confronto tra i diversi modelli di previsione del campo sonoro creato da una

sorgente monopolare sulla superficie di un materiale poroso posto su una superficie rigida retrostante. Il quarto capitolo quindi riporterà il confronto numerico-sperimentale tra il coefficiente di riflessione piano e quello sferico. Scopo dell'ultimo capitolo è di indagare un possibile legame tra i risultati della teoria piana e quelli derivanti dall'ipotesi di campo sferico. Saranno altresì evidenziati possibili errori che si commettono quando un materiale poroso viene simulato con un valore costante di impedenza superficiale.

## **Capitolo 1**

### **Definizioni e concetti fondamentali**

In questo capitolo verranno introdotte alcune definizioni di base nonché i modelli per la simulazione della propagazione sonora nei materiali porosi che saranno utilizzati nel presente lavoro, soffermandosi sul significato dei parametri fisico-strutturali in essi presenti.

#### **1.1. Materiali porosi**

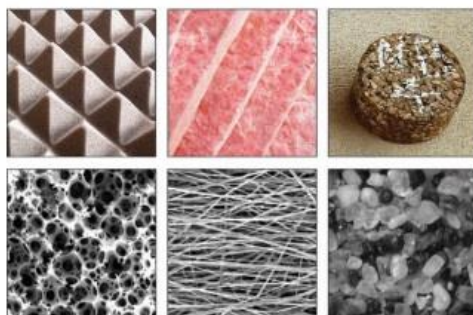
I materiali porosi, nel campo acustico, rivestono un ruolo fondamentale. Essi vengono utilizzati per svariati scopi.

Una loro applicazione innovativa è quella che li vede impiegati all'interno dei dispositivi termoacustici. I materiali porosi, in questo caso, rappresentano il cuore dei dispositivi termoacustici in quanto è al loro interno che si verificano gli scambi termici e gli effetti viscosi tra la fase solida e quella aeriforme che consentono la trasformazione di energia termica in energia acustica e viceversa [1,2].

Ma i materiali porosi sono noti, principalmente, per le loro capacità di assorbire il suono e per tale motivo vengono utilizzati nella progettazione e nella correzione acustica degli ambienti interni e, in generale, in applicazioni per il controllo del rumore. È proprio in questi casi è necessario capire come un materiale poroso interagisce con un campo sonoro esterno.

Un materiale fonoassorbente poroso è un materiale costituito da una struttura solida contenente cavità, canali o interstizi. In base alle diverse configurazioni microscopiche, possono essere classificati in: cellulari, fibrosi e granulari (Fig. 1.1). Nella categoria dei materiali cellulari rientra la resina melamminica e il poliuretano espanso a celle aperte. Tra i materiali fibrosi maggiormente utilizzati nelle applicazioni acustiche vi sono la lana di vetro, la lana di roccia, ma anche le fibre in poliestere e fibre metalliche. Appartengono, invece, alla categoria dei materiali

granulari, alcuni materiali metallici sinterizzati, materiali ceramici sinterizzati e alcuni tipi di argilla.



*Figura 1.1 Principali tipologie di materiali porosi fonoassorbenti e relative strutture microscopiche*

Quando un'onda sonora incide su una superficie porosa rigida, le particelle d'aria, contenute negli interstizi del materiale, oscillano con una certa velocità imposta dal campo sonoro esterno al materiale. Ciò comporta addensamenti e rarefazioni locali accompagnati da fluttuazioni locali della pressione e della temperatura dell'aria. I meccanismi responsabili della dissipazione di energia sonora sono di diversa natura. Se la struttura solida può essere considerata idealmente rigida e fissa la dissipazione è associata agli effetti della viscosità dell'aria negli interstizi e canali capillari del mezzo poroso e agli effetti dello scambio termico tra l'aria e le superfici solide con essa a contatto.

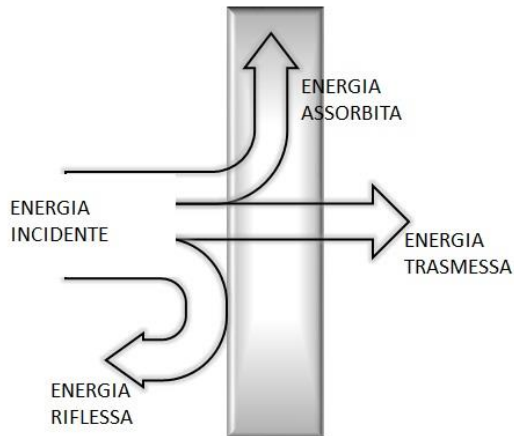
## **1.2. Coefficiente di assorbimento**

La capacità di un materiale poroso di assorbire energia sonora è descritta attraverso il coefficiente di assorbimento,  $\alpha$ .

Quando un'onda sonora incide su una superficie reale, nella maggior parte dei casi, essa viene in parte riflessa, in parte trasmessa e in parte assorbita. La figura 1.2 pone in evidenza il bilancio energetico del fenomeno di riflessione dell'energia sonora che investe un materiale poroso di spessore finito: una prima parte dell'energia sonora



incidente  $E_i$  viene rinvia nel mezzo di provenienza  $E_r$ , una seconda viene dissipata  $E_a$ , e una terza parte, infine, l'attraversa  $E_t$ .



**Figura 1.2** Rappresentazione del bilancio dell'energia sonora nel caso di onda sonora incidente su un materiale poroso

Per il principio di conservazione dell'energia, l'energia incidente deve essere uguale alla somma dell'energia riflessa, dissipata e trasmessa:

$$E_i = E_r + E_a + E_t \quad (1.1)$$

Dividendo per  $E_i$  si ottiene:

$$1 = r + \delta + \tau \quad (1.2)$$

dove  $r$ ,  $\delta$  e  $\tau$  sono, rispettivamente il coefficiente di riflessione, di dissipazione e di trasmissione del materiale poroso.

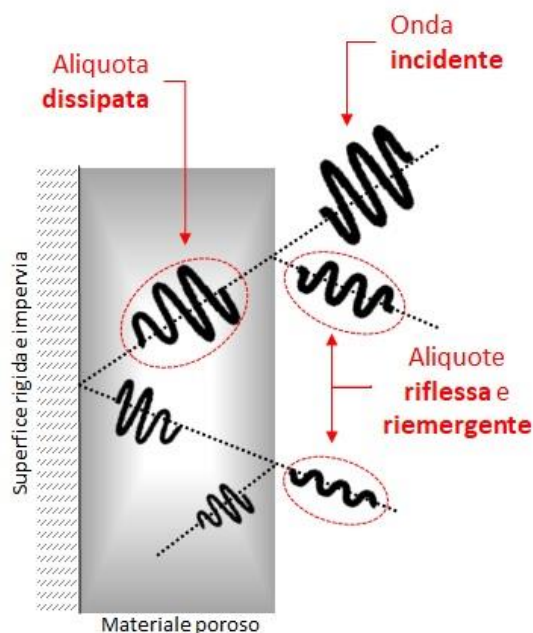
Nello studio del comportamento acustico dei materiali fonoassorbenti è utile definire il coefficiente di assorbimento acustico che comprende sia il contributo dell'energia

effettivamente assorbita dal materiale, che il contributo di energia che viene trasmessa.

$$\alpha = 1 - r \quad (1.3)$$

Nel caso in cui il materiale poroso è disposto su una parete rigida ed impervia l'energia trasmessa sarà nulla e quindi l'energia assorbita coincide con quella dissipata.

Analizzando nel dettaglio cosa succede quando un'onda sonora incide su un sistema fonoassorbente,



**Figura 1.3** Riflessione per un materiale poroso su parete rigida

si intuisce che oltre all'aliquota di energia riflessa, una quota parte dell'energia che entra all'interno del materiale riemerge da esso. La somma di tali aliquote rappresenta l'energia riflessa totale e influenza il coefficiente di riflessione del materiale.

La percentuale di energia riflessa e riemergente, come si vedrà in dettaglio in seguito, dipende dalle caratteristiche intrinseche del materiale, dallo spessore e dal

comportamento acustico del materiale, ossia se esso ha un comportamento a reazione locale o non locale. In particolare, un materiale è definito a reazione locale o non locale a seconda di come le onde sonore si propagano al suo interno. Se è possibile schematizzare un materiale poroso come un insieme di pori dritti e non connessi tra loro qualunque sia il campo sonoro che su di esso agisce, le onde sonore al suo interno possono propagarsi solo secondo la direzione ortogonale alla superficie. Ciò significa che la pressione sonora che incide su un punto di tale materiale causa una reazione solo in quel punto e da qui il nome di materiale a reazione locale. Invece, se il materiale poroso è costituito da pori interconnessi tra loro, il campo sonoro che si genera all'interno di uno di essi dipenderà anche dalla pressione sonora che agisce sugli altri pori. In questo caso si parla di materiale a reazione non locale o “a reazione estesa”.

### **1.2.1. Coefficiente di riflessione complesso**

Il coefficiente di riflessione,  $r$ , dal punto di vista energetico è espresso come rapporto tra l'energia riflessa e l'energia incidente. Tuttavia nell'analisi delle prestazioni fonoassorbenti dei materiali porosi è utile considerare il rapporto tra la pressione acustica riflessa e la pressione acustica incidente:

$$C_r = \frac{p_{rif}}{p_{inc}} \quad (1.4)$$

che prende il nome di coefficiente di riflessione complesso.

### **1.3. Modelli per la previsione del comportamento acustico dei materiali porosi**

In letteratura esistono diversi modelli per la previsione del comportamento acustico dei materiali porosi a scheletro rigido, ossia la struttura non viene eccitata dal campo acustico. Tali modelli consentono, sulla base di proprietà fisiche (non acustiche) del materiale, di prevedere le proprietà acustiche intrinseche del materiale poroso quali ad esempio il numero d'onda complesso o l'impedenza caratteristica complessa.

Nell'ambito della modellistica del comportamento acustico dei materiali sono riconoscibili essenzialmente tre approcci: empirico, microstrutturale e fenomenologico.

I modelli empirici derivano dalla correlazione di dati sperimentali. Il modello empirico più conosciuto è sicuramente il modello di Denaly e Bazley [4,5]. Questi autori, in base a misure sperimentali effettuate su materiali fibrosi ad alta porosità, forniscono delle semplici relazioni per il calcolo delle grandezze caratteristiche. Il loro modello richiede la conoscenza di un solo parametro di input, la resistività, il quale risulta anche di facile determinazione. Questo spiega, quindi, il grande successo in fase applicativa di tale modello. Esso presentava, però delle criticità legate al valore della parte reale dell'impedenza caratteristica alle basse frequenze. Queste furono notate e, successivamente superate grazie al modello di Miki [6] che introdusse dei nuovi valori delle costanti di regressione lasciando invariate le relazioni proposte da Delany e Bazley. Un nuovo modello empirico è stato, poi, introdotto da M. Garai e F. Pompoli [7] che, attraverso un ragionamento analogo a quello seguito da Miki, hanno permesso di espandere il modello di Denaly e Bazley anche ad una nuova classe di materiale fibroso: materiali in fibra di poliestere.

I modelli microstrutturali partono dalla descrizione dettagliata del campo sonoro in un singolo poro, di geometria semplice e ben definita. Usualmente, portano in conto separatamente gli effetti della viscosità dell'aria e dello scambio termico con le pareti solide del poro. I risultati, con opportune correzioni, sono poi generalizzati a tutto il materiale su scala macroscopica. L'approccio microscopico è individuabile per la prima volta nel modello di Rayleigh [8]. In questo modello il materiale poroso è schematizzato semplicemente come un solido rigido semi-infinito percorso, con distribuzione uniforme, da canali a sezione circolari paralleli. Successivamente, l'approccio microstrutturale è stato seguito, con vari livelli di sofisticazione e complessità, da ulteriori autori [9,10,11]. Sostanzialmente, i modelli microstrutturali differiscono tra loro per la forma delle equazioni e, principalmente, per gli effetti dei cosiddetti fattori di forma. Questi sono dei correttivi con i quali si cerca di tenere conto della struttura geometrica effettiva dei pori rispetto alla geometria semplice del poro

di base. Sebbene con una scelta adeguata dei fattori di forma le previsioni modellistiche risultano precise in un campo di frequenze ampio e per materiali di natura diversa, la necessità di un numero consistente di parametri non acustici e la complessità delle formulazioni rende niente affatto pratico il tipo di modellazione in questione.

Nei modelli fenomenologici, il materiale poroso è considerato come un fluido comprimibile dissipativo equivalente e non più come un elemento bifase costituito da una struttura con pori riempiti d'aria all'interno dei quali si verificano dei meccanismi di dissipazione e di scambio termico. In sostanza, questo approccio differisce da quello microstrutturale per la scala della descrizione fisica iniziale: da un lato il singolo poro, dall'altro il materiale nella sua globalità. Differisce dall'approccio empirico in quanto non derivano da una semplice ottimizzazione dei dati sperimentali ma da una trattazione teorica che consente di descrivere i fenomeni di attrito viscoso e di scambio termico. L'approccio fenomenologico appare in molti casi un compromesso equilibrato tra il numero di parametri necessari alla modellazione, la complessità modellistica e la capacità di previsione. Il riferimento fondamentale è il modello fenomenologico di Johnson Champoux Allard [12,13] che consente di determinare le grandezze equivalenti, ossia la densità complessa e il modulo di comprimibilità complesso, una volta noti i parametri medi che caratterizzano in modo complessivo il materiale poroso. Il modello utilizza cinque parametri: la resistività al flusso d'aria, la tortuosità, la porosità, le grandezze caratteristiche termiche e viscose. In letteratura, esistono altri modelli fenomenologici che richiedono invece un minor numero di parametri per caratterizzare il materiale. Hamet [14] propose un modello a tre parametri (resistività, porosità e fattore di struttura) per la caratterizzazione del materiale ma risultava idoneo alla previsione del comportamento acustico dei materiali avente valori di porosità modesti. Anche il modello di Johnson Champoux Allard presentava dei limiti di applicabilità alle basse frequenze. Tali mancanze furono analizzate e colmate, in un primo momento da Lafarge *et al.* [15], e successivamente da Pride *et al.* [16]. In particolare, Lafarge *et al.* proposero una nuova formulazione per il calcolo del modulo di comprimibilità complesso introducendo un

nuovo parametro, denominato permeabilità termica statica, che consentisse di modellare gli scambi termici tra il solido ed il fluido alle basse frequenze. Pride *et al.*, invece, introdussero due nuovi parametri, la tortuosità viscosa statica e la tortuosità termica statica, per tenere in conto degli effetti viscosi e termici che si realizzano nelle sottili e non uniformi costrizioni nel materiale. Tuttavia, queste nuove formulazioni fornite da Lafarge e Pride sono raramente utilizzate per le difficoltà legate alla determinazione sperimentale dei nuovi parametri introdotti.

Come si è visto, alcuni di questi modelli sono specifici per alcune categorie di materiale poroso altri invece sono teoricamente applicabili a diverse tipologie di materiali porosi.

Nell'ambito di questa tesi l'attenzione è focalizzata su due modelli: il modello empirico di Delany e Bazley e il modello fenomenologico di Johnson Champoux Allard. La scelta di tali modelli è legata strettamente alle tipologie di materiali presi in esame in questa trattazione ma di seguito verranno trattati, per completezza anche le successive modifiche che hanno permesso di superare le rispettive criticità.

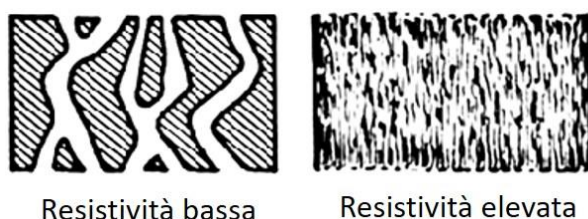
L'applicazione dei modelli presi in esame richiede la conoscenza di parametri fisico-strutturali del materiale poroso quali la resistività al flusso d'aria, la tortuosità, la porosità, le grandezze caratteristiche termiche e viscosi che saranno descritti nel prossimo paragrafo [17].

### 1.3.1. Parametri fisico-strutturali dei materiali porosi

La resistività  $\sigma$  è un parametro molto importante per la descrizione del comportamento acustico di un materiale poroso. È una proprietà intrinseca del materiale e descrive l'attitudine di un mezzo poroso a lasciarsi attraversare da un flusso d'aria. È definita come il rapporto tra la differenza di pressione continua applicata tra le facce parallele di uno strato di un materiale poroso e il prodotto tra la velocità del flusso d'aria  $v$  che lo attraversa e lo spessore del materiale  $d$  (Eq. 1.5).

$$\sigma = \frac{p_1 - p_2}{v d} \left[ \frac{\text{rayl}}{m} \right] \quad (1.5)$$

La resistività assume un ruolo complesso in relazione all'energia sonora assorbita da un materiale poroso. Infatti, maggiore è il suo valore, peggiore sarà l'accoppiamento tra l'onda incidente che si propaga in aria e quella trasmessa nel materiale e quindi aumenta l'aliquota di energia di prima riflessione, ma, nel contempo, aumenta la capacità del materiale di dissipare l'energia sonora che si traduce in una minore quantità di energia riemergente dal materiale. Viceversa, minore è il valore della resistività, migliore sarà l'accoppiamento tra aria e materiale, ma, peggiore sarà la capacità del materiale di dissipare energia dell'onda sonora all'interno del materiale.



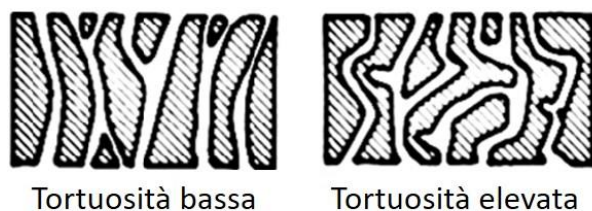
**Figura 1.4** Esempi di materiali porosi con diversa resistività

La porosità  $\phi$  è definita come il rapporto tra il volume di aria contenuta nel materiale e il volume totale dello stesso (Eq. 1.6).

$$\phi = \frac{V_{aria}}{V_{tot}} \quad (1.6)$$

Quasi tutti i materiali fonoassorbenti hanno una porosità maggiore di 0.9, essi sono dunque, materiali dove il 90% del volume è occupato da aria e solo il 10% del volume è costituito dalla fase solida. Quest'elevato valore di porosità permette all'aria di entrare nel mezzo poroso e quindi minore sarà l'aliquota di energia riflessa.

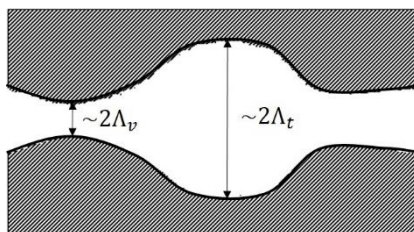
La tortuosità  $\alpha_{\infty}$  tiene conto del percorso dell'onda acustica all'interno del materiale. È un numero adimensionale che varia da 1, nel caso di pori rettilinei, a valori maggiori, nel caso di pori via via più tortuosi in cui la distanza percorsa dall'aria al loro interno è maggiore dello spessore del materiale.



**Figura 1.5** Esempi di materiali porosi con diversa tortuosità

Nei materiali fibrosi questo parametro è poco rilevante in quanto la struttura del materiale fibroso consente una propagazione pressoché rettilinea e, quindi, assume valore unitario, mentre è molto significativo per i materiali porosi a celle aperte, quali le schiume.

Sono necessari altri due parametri per descrivere il comportamento acustico delle schiume: la lunghezza caratteristica termica  $\Lambda_t$  e la lunghezza caratteristica viscosa  $\Lambda_v$ .



**Figura 1.6** Rappresentazione grafica della lunghezza caratteristica termica e viscosa

La prima è correlata alla dimensione dei pori in corrispondenza dei quali si verifica la dissipazione termica dell'energia sonora in quanto c'è una maggiore superficie di contatto tra fluido e solido. La seconda, invece, esprime la dimensione caratteristica delle interconnessioni tra i pori in corrispondenza delle quali si verifica la dissipazione per attrito.



### 1.3.2. Modello di Delany e Bazley

Il modello di Delany e Bazley [4,5] è un modello monoparametrico in quanto l'impedenza caratteristica  $Z_c$  e il numero d'onda complesso  $k$  dipendono da un unico parametro:

$$Z_c = \rho_0 c_0 (1 + 0.0571X^{-0.754} - i0.0870X^{-0.732}) \quad (1.7)$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} (1 + 0.0978X^{-0.700} + i0.1890X^{-0.595}) \quad (1.8)$$

dove  $\rho_0$  è la densità dell'aria,  $c_0$  la velocità del suono in aria e  $\omega$  la frequenza angolare. Il parametro adimensionale  $X$  (Eq. 1.9), dato dal rapporto tra il prodotto tra densità dell'aria e frequenza e la resistività al flusso d'aria, deve essere compreso nell'intervallo  $[0.01 \ 1]$  che rappresenta l'ambito di validità di tale modello.

$$X = \frac{\rho_0 f}{\sigma} \quad (1.9)$$

Si tratta di un modello empirico in quanto i coefficienti presenti nell'equazioni 1.7 e 1.8 sono stati ricavati attraverso misure sperimentali effettuate su diversi provini di materiali fibrosi con porosità all'incirca uguale all'unità.

È stato osservato che in alcuni casi, per esempio nel caso di materiali non propriamente omogenei, l'utilizzo del modello di Delany e Bazley portava ad ottenere dei dati non realistici, in particolare la parte reale dell'impedenza superficiale calcolata con il modello di Delany e Bazley convergeva verso valori negativi alle basse frequenze. Di conseguenza, alle basse frequenze è stato necessario apportare una qualche forma di correzione al fine di fornire predizioni fisicamente coerenti per le proprietà di un materiale poroso nel dominio della frequenza. Sono stati proposti molti approcci diversi per correggere le formule di Delany e Bazley con vari gradi di complessità. Un approccio semplice è il metodo proposto da Miki [6].

### 1.3.2.1. Modello di Miki

Miki modificò i coefficienti di regressione calcolati da Delany e Bazley ma mantenne inalterata la struttura delle equazioni di Delany e Bazley. Utilizzando gli stessi dati sperimentali, egli dedusse una nuova formulazione per il calcolo dell'impedenza caratteristica e del numero d'onda modificando i coefficienti proposti da Delany e Bazley in modo da ampliare l'applicabilità di tale metodo.

In questo caso, l'impedenza caratteristica  $Z_c$  e il numero d'onda complesso  $k$  possono essere calcolate utilizzando le espressioni che seguono:

$$Z_c = \rho_0 c_0 \left[ 1 + 5.50 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} - i 8.43 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} \right] \quad (1.10)$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} \left[ 1 + 7.81 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} - i 11.41 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} \right] \quad (1.11)$$

### 1.3.2.2. Modello di Garai e Pompoli

I materiali in fibra di poliestere rappresentano una classe innovativa di materiale fibroso che si è rapidamente diffuso nelle applicazioni finalizzate all'assorbimento del suono. Essi, generalmente, tendono a sostituire i classici materiali fibrosi in lana di roccia e di vetro che, liberandosi nell'ambiente, si suppone possano essere dannosi per la salute umana. In letteratura, però, vi è una mancanza di studi riguardante la caratterizzazione fisica e acustica di tali materiali, ne esistono modelli specifici che consentano di determinarne il loro coefficiente di assorbimento. Narang [18], in uno dei suoi lavori riguardanti lo studio del comportamento acustico dei materiali in fibre di poliestere mise in evidenza il fatto che i modelli empirici sviluppati per i materiali in lana di roccia e in lana di vetro non erano adatti a prevedere il comportamento di tali materiali. Questo ha spinto gli autori M. Garai e F. Pompoli a sviluppare un modello specifico in grado prevedere il comportamento acustico dei materiali in fibra di poliestere.

Secondo tale modello l'impedenza caratteristica del materiale e il numero d'onda complesso possono essere calcolato utilizzando le relazioni che seguono:

$$Z_c = \rho_0 c_0 [1 + 0.078X^{-0.623} - i0.074X^{-0.660}] \quad (1.12)$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} [0.159X^{-0.571} + i(1 + 0.121X^{-0.530})] \quad (1.13)$$

Tali relazioni hanno la stessa formulazione di quelle viste per il modello di Delany e Bazley ma, come nel modello di Miki, gli otto coefficienti di regressioni sono differenti. Tali coefficienti sono stati determinati a partire da dati sperimentali condotti su ben 38 campioni di materiali.

I risultati ottenuti con tale modello sono stati validati anche sperimentalmente dagli autori attraverso un confronto con le misure di impedenza normale realizzate con il metodo della funzione di trasferimento in un tubo ad impedenza. Le misure sono state condotte su diversi provini aventi diversi valori di densità e spessore e con diametro delle fibre variabile nel range  $[18\mu m \ 48\mu m]$ . È stata trovata una buona correlazione tra i dati sperimentali e quelli ottenuti attraverso l'utilizzo del modello e quindi esso è in grado di prevedere il comportamento acustico dei materiali in fibra di poliestere.

### 1.3.3. Modello di Johnson Champoux Allard

Questo modello assume che il materiale poroso abbia uno scheletro rigido e possa essere descritto come fluido equivalente definendo le seguenti grandezze equivalenti: la densità complessa  $\tilde{\rho}$  e il modulo di comprimibilità complesso  $\tilde{K}$  [12,13].

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_0 \alpha_\infty}{\phi} \left( 1 + \frac{\sigma \phi}{i \omega \rho_0 \alpha_\infty} \sqrt{1 + i \frac{4 \alpha_\infty^2 \mu_0 \rho_0 \omega}{\sigma^2 \Lambda_v^2 \phi^2}} \right) \quad (1.14)$$

$$\tilde{K} = \frac{\gamma p_0 / \phi}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + \frac{8 \mu_0}{i \Lambda_t^2 P_r \omega \rho_0} \sqrt{1 + i \frac{\Lambda_t^2 \rho_0 P_r \omega}{16 \mu_0}} \right]^{-1}} \quad (1.15)$$

dove  $\mu_0$  è la viscosità dinamica dell'aria,  $P_r$  il numero di Prandtl,  $p_0$  la pressione dell'aria in assenza di disturbo sonoro, e  $\gamma$  è il rapporto dei calori specifici a pressione ed a volume costante.

Una volta note tali grandezze equivalenti (Eqs. 1.14 e 1.15) è possibile determinare le grandezze caratteristiche complesse:

$$Z_c = \sqrt{\tilde{K} \tilde{\rho}} \quad (1.16)$$

$$k = \omega \sqrt{\tilde{\rho} / \tilde{K}} \quad (1.17)$$

### 1.3.3.1. Modello di Johnson Champoux Allard Lafarge

L'espressione del modulo di modulo di comprimibilità complesso  $\tilde{K}$  (Eq. 1.15) proposto da Allard et al. [12,13] è stata successivamente modificata da Lafarge et al. [15] i quali evidenziarono una mancanza di informazioni alle basse frequenze riguardo gli effetti termici che si verificano all'interno di un materiale poroso quando questo è eccitato da un campo sonoro.

Essi osservarono che, nel modello di Johnson Champoux Allard, mentre per la determinazione della densità complessa  $\tilde{\rho}$  (Eq. 1.14), che tiene conto degli effetti viscosi, venivano utilizzati ben quattro parametri, per il calcolo del modulo di comprimibilità complesso  $\tilde{K}$ , che, invece, tiene conto degli effetti termici, venivano utilizzati solo due parametri: la porosità  $\phi$  e la lunghezza caratteristica termica  $\Lambda_t$ . Questa osservazione portò Lafarge all'introduzione di un nuovo parametro, la permeabilità termica statica  $k'_0$ , che consentisse di descrivere gli scambi termici tra l'aria e la matrice solida nel range delle basse frequenze.

La nuova formulazione del modulo di comprimibilità complesso è la seguente:

$$\tilde{K} = \frac{\gamma p_0 / \phi}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + \frac{\phi \mu_0}{i k'_0 P_r \omega \rho_0} \sqrt{1 + i \frac{4 k'_0 \rho_0 P_r \omega}{16 A_t^2 \mu_0 \phi^2}} \right]^{-1}} \quad (1.18)$$

La definizione matematica della permeabilità termica statica fornita da Lafarge et al. è:

$$k'_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} k'(\omega) \quad (1.19)$$

dove la permeabilità termica dinamica  $k'(\omega)$  è definita come:

$$\phi \tau = \frac{k'(\omega)}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.20)$$

In quest'ultima espressione,  $\tau$  rappresenta la variazione della temperatura che si verifica all'interno del mezzo poroso dovuta alla variazione temporale della pressione  $\frac{\partial p}{\partial t}$ .

### 1.3.3.2. Modello di Johnson Champoux Allard Lafarge Pride

Il modello di Johnson Champoux Allard Lafarge Pride [16] è un modello fenomenologico a otto parametri. In aggiunta ai sei parametri del modello di Johnson Champoux Allard Lafarge, Pride introduce due nuovi parametri: la tortuosità viscosa statica  $\alpha_{0,v}$  e la tortuosità termica statica  $\alpha_{0,t}$ .

La nuova formulazione della densità complessa diviene la seguente:

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_0 \tilde{\alpha}(\omega)}{\phi} \quad (1.21)$$

dove:

$$\tilde{\alpha}(\omega) = \alpha_\infty \left[ 1 + \frac{1}{i\bar{\omega}} \tilde{F}(\omega) \right] \quad (1.22)$$

$$\tilde{F}(\omega) = 1 - P + P \sqrt{1 + \frac{M}{2P^2} i\bar{\omega}} \quad (1.23)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega \rho_0 \alpha_\infty}{\phi \sigma} \quad (1.24)$$

$$M = \frac{8\mu_0 \alpha_\infty}{\phi \sigma \Lambda_v^2} \quad (1.25)$$

$$P = \frac{M}{4 \left( \frac{\alpha_{0,v}}{\alpha_\infty} - 1 \right)} \quad (1.26)$$

Mentre il modulo di comprimibilità complessa può essere calcolato secondo la relazione:

$$\tilde{K} = \frac{\gamma P_0}{\phi} \frac{1}{\tilde{\beta}(\omega)} \quad (1.27)$$

dove:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + \frac{1}{i\bar{\omega}'} \tilde{F}'(\omega) \right]^{-1} \quad (1.28)$$

$$\bar{\omega}' = \frac{\omega \rho_0 P_r k'_0}{\phi \mu_0} \quad (1.29)$$

$$M' = \frac{8k'_0}{\phi \Lambda_t^2} \quad (1.30)$$

$$P = \frac{M'}{4(\alpha_{0,t} - 1)} \quad (1.31)$$

#### 1.3.4. Teoria di Biot

Esiste un'ulteriore distinzione all'interno dei modelli fenomenologici, ovvero tra quelli che considerano i materiali porosi avente struttura rigida, quindi trascurano la possibile interazione con il campo acustico delle vibrazioni del materiale e quelli che considerano che la struttura solida del materiale sia elastica.

La teoria alla base della propagazione del suono nei materiali poroelastici è stata proposta da Biot [18]. Essa, alla propagazione del suono nel mezzo poroso supposto rigido aggiunge anche il contributo delle onde elastiche che si generano nella matrice solida quando questa è eccitata da un campo sonoro.

Data la sua complessità, essa difficilmente viene utilizzata in applicazioni pratiche.

#### 1.4. Impedenza acustica superficiale

L'impedenza acustica di una superficie è un parametro importante per la descrizione dell'interazione di un campo sonoro piano con la superficie stessa.

È definita dal rapporto tra la pressione sonora e la componente normale della velocità alla superficie:

$$Z_s = \frac{p}{v_n} \quad (1.32)$$

In base all'impedenza superficiale i materiali si definiscono a reazione locale o non locale.

Un materiale a reazione locale può essere descritto come costituito da pori dritti e non connessi tra loro. In questo modo la propagazione del suono all'interno di ogni singolo poro dipende solo dalla pressione sonora che incide su esso e l'onda che viaggia al suo interno può propagarsi solo ortogonalmente alla superficie del materiale. In altre parole, la pressione sonora che agisce su un punto del materiale causa una reazione solo in quel punto. Un materiale che ha un comportamento di questo tipo avrà un'impedenza acustica superficiale indipendente dal tipo di fronte d'onda e quindi dall'angolo d'incidenza.

Al contrario, quando i pori sono interconnessi, il campo sonoro all'interno di un poro dipende anche della pressione sonora che agisce sugli altri pori e l'impedenza acustica dipende dall'angolo di incidenza. In questo caso si parla di materiali a reazione non locale.

La resistività al flusso d'aria  $\sigma$  gioca un ruolo molto importante sul comportamento del materiale [19].

In generale, il comportamento di un materiale poroso avente una struttura complessa può essere studiato considerando il materiale come un fluido equivalente. La velocità del suono all'interno di tale materiale è legata alla densità complessa  $\tilde{\rho}$  e al modulo di comprimibilità complesso  $\tilde{K}$  attraverso la relazione:

$$c = \sqrt{\frac{\tilde{K}}{\tilde{\rho}}} \quad (1.33)$$

La velocità del suono nel mezzo poroso, per la legge di Snell, è legata alla velocità del suono in aria attraverso la relazione:

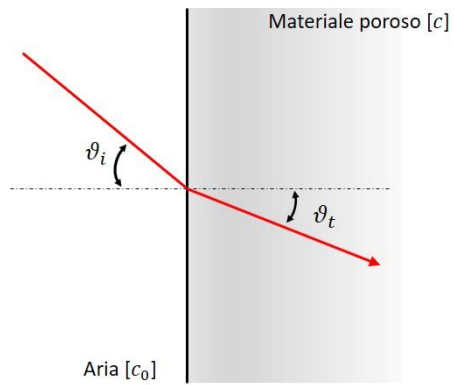
$$\frac{c_0}{c} = \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_t} \quad (1.34)$$

dove  $\vartheta_i$  è l'angolo d'incidenza del suono e  $\vartheta_t$  è l'angolo di rifrazione.

All'aumentare della resistività del materiale poroso, si ha che la velocità del suono al suo interno tende a diminuire e, per l'equazione 1.34, l'angolo di rifrazione tende a diminuire e quindi ad avvicinarsi alla normale alla superficie del materiale.

Al limite, quando  $c$  diventa molto più piccola della velocità del suono in aria  $c_0$ , l'angolo di rifrazione tende ad annullarsi e l'onda sonora all'interno del materiale si propaga ortogonalmente alla superficie di questo. Ne consegue che l'impedenza superficiale sarà costante lungo la superficie e il materiale tende ad assumere un comportamento a reazione locale.





**Figura 1.7** Il fenomeno della rifrazione del suono all'interfaccia aria-materiale poroso

## Bibliografia

- [1] Dragonetti R., Napolitano M., Di Filippo S., Romano R., *Modeling energy conversion in a tortuous stack for thermoacoustic applications*, Applied Thermal Engineering, **103** (2016), pp. 233-242
- [2] Napolitano M., Romano R., Dragonetti R., *Open-cell foams for thermoacoustic applications*, Energy, **138** (2017), pp. 147-156
- [3] Napolitano M., Romano R., Dragonetti R., *A method to optimize the regenerator parameters of a thermoacoustic engine*, Energy Procedia, **126** (2017), pp. 525-532
- [4] Delany M.E., Bazley E.N., *Acoustical properties of fibrous materials*, Applied Acoustics, **3** (1970), pp. 105-116
- [5] Allard J.-F., Champoux Y., *New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials*, The Journal of the Acoustical Society of America, **91** (1992), pp. 3346-3353

- [6] Miki Y., *Acoustical properties of porous materials-modifications of Delany-Bazley models*, Journal of the Acoustical Society of Japan, **11** (1990), pp. 19-24
- [7] Garai M., Pompoli F., *A simple empirical model of polyester fibre materials for acoustical applications*, Applied Acoustics, **66** (2005), pp. 1383-1398
- [8] Strutt J.W., Rayleigh B., *The theory of sound*, Dover Publications, New Yourk, 1945, vol. II, pp. 328-333
- [9] Zwicker C., Kosten C.W., *Sound absorbing materials*, Elsevier, Amsterdam, 1949
- [10] Attenborough K., *Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials*, The Journal of the Acoustical Society of America, **73** (1983), pp. 785-799
- [11] Wilson D.K., *Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure*, The Journal of the Acoustical Society of America, **94** (1993), pp. 1136-1145
- [12] Johnson D.L., Koplick J., Dashen R., *Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media*, Journal of the Fluid Mechanics, **176** (1987), pp. 379-402
- [13] Champoux Y., Allard J.-F., *Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-satured porous media*, Journal of the Applied Physics, **70** (1991), pp. 1975-1979
- [14] Hammet J.F., *Modelisation acoustique d'un enrobe drainant*, Rapport INRETS, **159** (1992)
- [15] Lafarge D., Lemarinier P., Allard J.F., Törnqvist V., *Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies*, The Journal of the Acoustical Society of America, **102** (1997), pp. 1995-2006
- [16] Pride S.R., Morgan F.D., Gangi A.F., *Drag forces of porous-medium acoustics*, Physical Review B, **47** (1993), pp. 4964-4978
- [17] Allard J.F., Atalla N., *Propagation of sound in Porous Media. Modelling Sound Absorbing Materials*, Wiley, 2009
- [18] Nagan P.P., *Matirial parameter seletion in polyester fibre insulation for sound transmission and absorption*, Applied Acoustics, **45** (1995), PP. 335-358
- [18] Biot M.A., *The teory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I. Low-frequency range, II Higher frequency range*, The Journal of the Acoustical Society of America, **28** (1956), PP. 168-191
- [19] Dragonetti R., Romano R., *Errors when assuming locally reacting boundary condition in the estimation of the surface acoustic impedance*, Applied Acoustics, **115** (2017), pp. 121-130

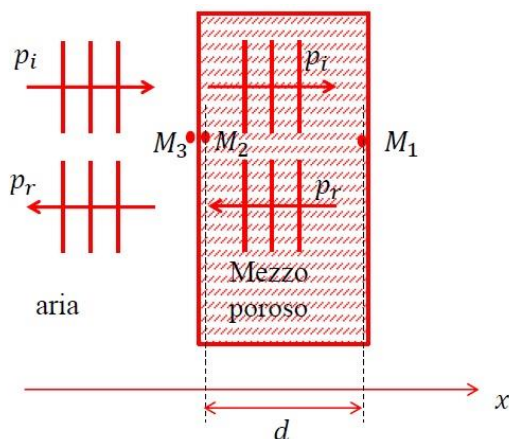
## Capitolo 2

### Analisi teorico-sperimentale del coefficiente di riflessione piano

Argomento di questo capitolo è lo studio dell'interazione di un'onda sonora piana con uno strato di materiale poroso. In particolare si soffermerà l'attenzione sulla valutazione del coefficiente di riflessione complesso piano per un sistema fonoassorbente costituito da un materiale poroso posto su una parete rigida ed impervia. Nella prima parte del capitolo si analizzerà il caso più semplice di onda piana ad incidenza normale e successivamente ad incidenza obliqua. In quest'ultimo caso, sarà introdotta una tecnica, il metodo di Tamura, che consente di determinare sperimentalmente il coefficiente di riflessione complesso piano per diversi angoli di incidenza.

#### 2.1. Interazione tra un'onda piana a incidenza normale e un materiale poroso

Si consideri un'onda piana che si propaga in direzione  $x$  che incide normalmente sulla superficie di un materiale poroso di spessore  $d$  (Fig. 2.1).



**Figura 2.1** Interazione di un'onda piana a incidenza normale e materiale poroso

Il campo di pressione sonora totale può essere calcolato come la somma del campo di pressione sonora associata all'onda diretta  $p_i(x, t)$  e di quello associato all'onda riflessa  $p_r(x, t)$ . La pressione sonora totale può essere così espressa:

$$p_T(x, t) = p_i(x, t) + p_r(x, t) = ae^{[i(-kx+\omega t)]} + a'e^{[i(kx+\omega t)]} \quad (2.1)$$

dove  $a$  e  $a'$  sono, rispettivamente, l'ampiezza dell'onda incidente e dell'onda riflessa,  $k$  è il numero d'onda complesso del materiale e  $\omega$  è la frequenza angolare.

Analoghe considerazioni possono essere fatte nel calcolo del campo di velocità. Se è nota l'impedenza caratteristica del materiale  $Z_c$  è possibile legare l'ampiezza delle velocità delle particelle all'ampiezza della pressione sonora dell'onda diretta e dell'onda riflessa. Pertanto la velocità totale può essere così espressa:

$$v_T(x, t) = v_i(x, t) + v_r(x, t) = \frac{a}{Z_c} e^{[i(-kx+\omega t)]} - \frac{a'}{Z_c} e^{[i(kx+\omega t)]} \quad (2.2)$$

Noto  $p_T(x, t)$  e  $v_T(x, t)$  è possibile calcolare l'impedenza superficiale nei punti  $M_1$  e  $M_2$ .

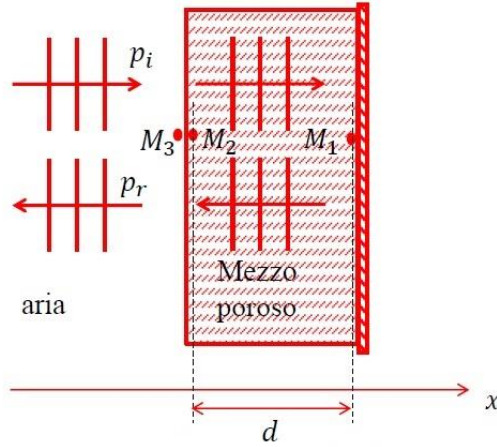
$$Z_s(M_1) = Z_c \frac{ae^{[i(-kx(M_1))]} + a'e^{[i(kx(M_1))]}]{ae^{[i(-kx(M_1))]} - a'e^{[i(kx(M_1))]}} \quad (2.3)$$

$$Z_s(M_2) = Z_c \frac{ae^{[i(-kx(M_2))]} + a'e^{[i(kx(M_2))]}]{ae^{[i(-kx(M_2))]} - a'e^{[i(kx(M_2))]}} \quad (2.4)$$

Se da  $Z_s(M_1)$  si ricava il rapporto delle ampiezze e lo si sostituisce nell'espressione di  $Z_s(M_2)$  è possibile legare l'impedenza superficiale  $Z_s(M_2)$  alle caratteristiche del materiale poroso ( $k$  e  $Z_c$ ) e all'impedenza superficiale  $Z_s(M_1)$ :

$$Z_s(M_2) = Z_c \frac{iZ_s(M_1) \cot(kd) + Z_c}{Z_s(M_1) - iZ_c \cot(kd)} \quad (2.5)$$

L'espressione  $Z_s(M_2)$  si semplifica se si considera l'applicazione più comune, cioè un materiale poroso posto su una superficie rigida ed impervia (Fig. 2.2).



**Figura 2.2** Interazione di un'onda piana a incidenza normale e un materiale poroso posto su una parete rigida e impervia

In questo caso, considerando una superficie perfettamente rigida, la condizione al contorno  $Z_s(M_1)$  tende all'infinito e l'equazione dell'impedenza superficiale  $Z_s(M_2)$  si riduce a:

$$Z_s(M_2) = -iZ_c \cot(kd) \quad (2.6)$$

Conoscendo la porosità  $\phi$  del materiale poroso, a partire da  $Z_s(M_2)$ , è possibile determinare l'impedenza superficiale dell'aria nel punto  $M_3$ . Infatti, la continuità della pressione e del flusso di massa all'interfaccia tra i due mezzi implica:

$$\begin{aligned} p_{aria} &= p_{materiale} \\ v_{aria} &= \phi v_{materiale} \end{aligned}$$

e quindi vale la seguente relazione:

$$Z_s(M_3) = \frac{Z_s(M_2)}{\phi} = -i \frac{Z_c}{\phi} \cot(kd) \quad (2.7)$$

Con un ragionamento del tutto analogo a quello fatto in precedenza all'interno del materiale, è possibile determinare l'impedenza superficiale  $Z_s(M_3)$  come rapporto tra  $p_T(x, t)$  e  $v_T(x, t)$  ottenendo:

$$Z_s(M_3) = Z_0 \frac{ae^{[i(-kx(M_3))]} + a'e^{[i(kx(M_3))]} }{ae^{[i(-kx(M_3))]} - a'e^{[i(kx(M_3))]} } \quad (2.8)$$

In questo caso, invece dell'impedenza caratteristica del materiale poroso  $Z_c$ , compare l'impedenza caratteristica dell'aria  $Z_0 = \rho_0 c_0$  dove  $\rho_0$  e  $c_0$  sono, rispettivamente, la densità dell'aria e la velocità del suono in aria.

Se dall'equazione 2.8 si ricava il rapporto tra le ampiezze, a partire dalla sua definizione è possibile ricavare il coefficiente di riflessione complesso per onda piana a incidenza normale:

$$C_r(M_3) = \frac{Z_s(M_3) - Z_0}{Z_s(M_3) + Z_0} \quad (2.9)$$

Per un'onda piana il coefficiente di riflessione dell'energia sonora  $r$  è uguale al quadrato del modulo del coefficiente di riflessione complesso, per cui è possibile definire il coefficiente di assorbimento acustico:

$$\alpha = 1 - |C_r^2| \quad (2.10)$$

### 2.1.1. Tubo ad onde stazionarie

Una delle tecniche di misura maggiormente impiegata e convalidata per la misura del coefficiente di assorbimento acustico per onda piana ad incidenza normale è quella

che si basa sul metodo della funzione di trasferimento mediante l'impiego del classico tubo ad onde stazionarie anche detto "Tubo di Kundt". Questa tecnica è descritta nella norma UNI ISO 10534-2 [1].

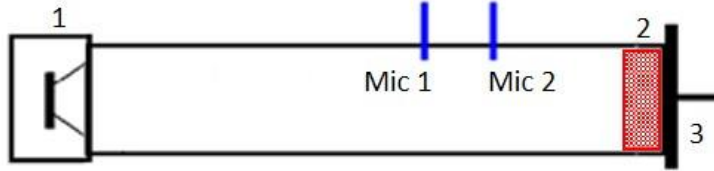
Quello riportato in figura 2.3 è il tubo presente nel Laboratorio di Acustica del Dipartimento di Ingegneria Industriale (LAD) dell'Università di Napoli "Federico II". È allestito nella sua tipica configurazione per il calcolo del coefficiente di assorbimento acustico: il tubo ha un diametro di 10 *cm* e alle sue estremità sono posti rispettivamente l'altoparlante, che ha lo scopo di generare un campo piano che si propaga all'interno del tubo, e il porta-provino chiuso da una culatta rigida nel quale viene alloggiato il materiale poroso da testare.



**Figura 2.3** Tubo ad onde stazionarie del LAD



I due microfoni sono posti alle distanze  $x_1$  e  $x_2$  dalla superficie del materiale poroso, con  $x_1 > x_2$ .



**Figura 2.4** Schema di un tubo di Kundt con due microfoni. 1-altoparlante, 2-materiale poroso, 3-culotta rigida

Dalla misura della pressione nelle due postazioni microfoniche è possibile calcolare la funzione di trasferimento tra di esse:

$$H_{12} = \frac{p(x_2)}{p(x_1)} = \frac{ae^{-ik_0x_2} + a'e^{ik_0x_2}}{ae^{-ik_0x_1} + a'e^{ik_0x_1}} = \frac{e^{-ik_0x_2} + C_re^{ik_0x_2}}{e^{-ik_0x_1} + C_re^{ik_0x_1}} \quad (2.11)$$

da cui è possibile calcolare il coefficiente di riflessione complesso:

$$C_r = \frac{e^{-ik_0x_2} - H_{12}e^{-ik_0x_1}}{H_{12}e^{ik_0x_1} - e^{ik_0x_2}} \quad (2.12)$$

e quindi, utilizzando l'equazione 2.10, il coefficiente di assorbimento per onda piana ad incidenza normale.

## 2.2. Interazione tra un'onda piana a incidenza obliqua e un materiale poroso

Si consideri il caso di un fronte d'onda piano incidente sulla superficie di un materiale poroso di spessore  $d$  con direzione di propagazione che forma un angolo  $\vartheta_i$  con la normale alla superficie (Fig. 2.5).

In questo caso, per l'onda incidente e per l'onda riflessa, la pressione e le componenti della velocità lungo l'asse  $x$  possono essere così espresse:

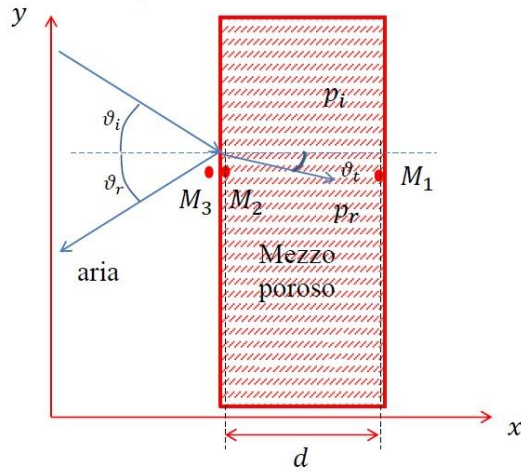
$$p_i(x, y, t) = a e^{[i(-k_x x - k_y y + \omega t)]} \quad (2.13)$$

$$p_r(x, y, t) = a' e^{[i(k_x x - k_y y + \omega t)]} \quad (2.14)$$

$$v_{i,x}(x, y, t) = \frac{a}{Z_c} \frac{k_x}{k} (e^{[i(-k_x x - k_y y + \omega t)]}) \quad (2.15)$$

$$v_{r,x}(x, y, t) = \frac{a'}{Z_c} \frac{k_x}{k} (e^{[i(k_x x - k_y y + \omega t)]}) \quad (2.16)$$

dove  $k_x$  e  $k_y$  sono le componenti del vettore numero d'onda del materiale  $k$  rispettivamente nelle direzioni  $x$  e  $y$ .



**Figura 2.5** Interazione di un'onda piana a incidenza obliqua e un materiale poroso

È possibile esprimere l'impedenza superficiale nel punto  $M_1$  come:

$$Z_s(M_1) = \frac{p_i(x, y, t) + p_r(x, y, t)}{v_{i,x}(x, y, t) + v_{r,x}(x, y, t)} \quad (2.17)$$

ed effettuando le opportune sostituzioni si ottiene:

$$Z_s(M_1) = \frac{Z_c k a e^{[i(-k_x x(M_1))]} + a' e^{[i(-k_x x(M_1))]} }{k_x a e^{[i(-k_x x(M_1))]} - a' e^{[i(-k_x x(M_1))]} } \quad (2.18)$$

Se da  $Z_s(M_1)$  si ricava il rapporto delle ampiezze e lo si sostituisce nell'espressione di  $Z_s(M_2)$ , noto l'angolo di incidenza  $\vartheta_i$ , è possibile legare l'impedenza superficiale  $Z_s(M_2)$  alle caratteristiche del materiale poroso ( $k$  e  $Z_c$ ) e all'impedenza superficiale  $Z_s(M_1)$ .

$$Z_s(M_2) = \frac{Z_c k - i Z_s(M_1) \cot(k_x d) + (Z_c k / k_x)}{k_x \frac{Z_s(M_1) - i(Z_c k / k_x) \cot(k_x d)}{Z_s(M_1) - i(Z_c k / k_x) \cot(k_x d)}} \quad (2.19)$$

Conoscendo la porosità del materiale poroso  $\phi$ , a partire da  $Z_s(M_2)$  è possibile determinare l'impedenza superficiale  $Z_s(M_3)$ .

$$Z_s(M_3) = \frac{Z_c k - i Z_s(M_1) \cot(k_x d) + (Z_c k / k_x)}{k_x \phi \frac{Z_s(M_1) - i(Z_c k / k_x) \cot(k_x d)}{Z_s(M_1) - i(Z_c k / k_x) \cot(k_x d)}} \quad (2.20)$$

Quando un fronte d'onda piano incide su una superficie di materiale poroso sostenuto da una parete rigida e impervia (Fig. 2.6),  $Z_s(M_1)$  tende all'infinito e pertanto l'equazione 2.20 si semplifica in:

$$Z_s(M_3) = -i \frac{Z_c k}{k_x \phi} \cot(k_x d) \quad (2.21)$$

dove

$$k_x = k \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_t} \quad (2.22)$$

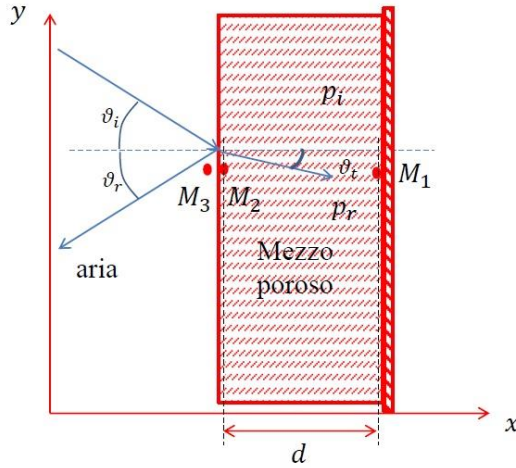
Nell'equazione precedente,  $\vartheta_t$  è l'angolo di rifrazione all'interno del materiale poroso che è legato all'angolo di incidenza attraverso la Legge di Snell:

$$\vartheta_t = \sin^{-1} \left( \frac{c}{c_0} \sin \vartheta_i \right) \quad (2.23)$$

dove  $c$  e  $c_0$  sono rispettivamente la velocità del suono in aria e nel materiale.

Dall'equazione 2.21 si evince, quindi, che l'impedenza superficiale  $Z_s(M_3)$  dipende dalle caratteristiche del materiale poroso e dall'angolo di incidenza  $\vartheta_i$ .

Per quanto detto precedentemente, è evidente che se  $c \ll c_0$ ,  $\vartheta_t \rightarrow 0$  e  $k_x \rightarrow k$ , e quindi l'espressione di  $Z_s(M_3)$  si semplifica e si riduce a quella vista in precedenza (Eq. 2.7).



**Figura 2.6** Interazione di un'onda piana a incidenza obliqua e un materiale poroso posto su una parete rigida e impervia

L'impedenza superficiale nel punto  $M_3$  può essere ottenuta anche come rapporto tra pressione sonora totale e velocità totale ottenendo la seguente espressione:

$$Z_s(M_3) = \frac{Z_0 k_o a e^{[i(-k_x x(M_3))]} + a' e^{[i(-k_x x(M_3))]} }{k_{0,x} a e^{[i(-k_x x(M_3))]} - a' e^{[i(-k_x x(M_3))]} } \quad (2.24)$$

in cui  $k_o$  è il numero d'onda in aria e  $k_{o,x} = k_o \cos \vartheta_i$  la sua componente lungo l'asse  $x$ . Ricavando il rapporto dalle ampiezze dall'equazione 2.24, è possibile calcolare il coefficiente di riflessione complesso  $C_r$ , dato dal rapporto tra la pressione acustica dell'onda incidente e quella riflessa:

$$C_r(M_3, \vartheta_i) = \frac{Z_S(M_3, \vartheta_i) - \frac{Z_0}{\cos \vartheta_i}}{Z_S(M_3, \vartheta_i) + \frac{Z_0}{\cos \vartheta_i}} \quad (2.25)$$

e quindi valutare il coefficiente di assorbimento acustico al variare dell'angolo di incidenza  $\vartheta_i$ .

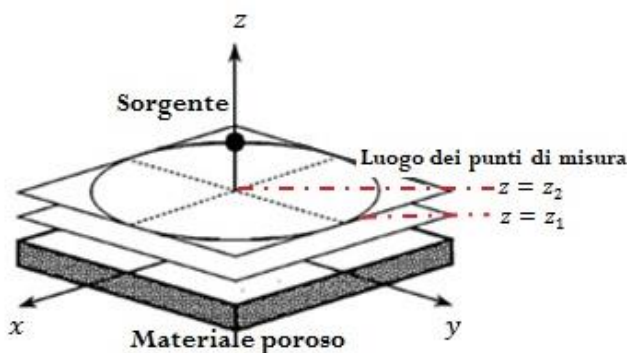
### 2.2.1. Metodo di Tamura

Esistono delle tecniche, non ancora standardizzate, che permettono di indagare sulla variazione del coefficiente di assorbimento al variare dell'angolo di incidenza [2]. Esse possono essere suddivise in due macro categorie.

Ad una prima categoria appartengono le tecniche che si basano sul metodo di separazione dei segnali, ossia, sulla separazione temporale tra il campo di pressione riflessa e il campo di pressione incidente [3,4]. Esse utilizzano uno o una coppia di microfoni e una sorgente sonora. Poi, vi sono le tecniche che si basano su un'ipotesi del campo sonoro incidente. Con tali tecniche, a partire dalla misura del valore di pressione sonora e/o di velocità delle particelle effettuate in più punti posti ad una certa distanza dal materiale, è possibile stimare il coefficiente di riflessione e/o l'impedenza acustica superficiale. Vi sono metodi che utilizzano l'ipotesi di campo sonoro piano [5], altri che utilizzano metodi di approssimazione del campo sferico in campo piano mediante una coppia di microfoni [6,7] o mediante un microfono e una sonda di velocità [8,9]. Infine esistono metodi che consentono di ridurre un fronte d'onda generico in infinite componenti piane mediante tecniche olografiche [10,11].

In questo lavoro di tesi è stato utilizzato il metodo di Tamura [10,12]. Esso permette di determinare il coefficiente di riflessione per diversi angoli di incidenza attraverso la scomposizione di un fronte d'onda generico nelle sue componenti piane. Infatti, tale metodo consente di stimare il coefficiente di riflessione per diversi angoli di incidenza, anche quando il fronte d'onda che incide sul materiale non è di fatto piano cosa che avviene quando viene utilizzata una comune sorgente sonora. Questa peculiarità rende tale tecnica estremamente vantaggiosa rispetto ad altre tecniche di misura che per realizzare un fronte d'onda piano richiedono o alte frequenze di analisi o elevate distanze tra il materiale in esame e la sorgente sonora utilizzata. Il metodo si basa sulla determinazione delle distribuzioni della pressione sonora complessa su due piani paralleli alla superficie in esame. Attraverso una trasformata spaziale bidimensionale di Fourier, le distribuzioni di pressione sonora sono scomposte in componenti di onda piana. Mediante la teoria della propagazione dell'onda piana è possibile separare matematicamente le componenti dell'onda sonora incidente e riflessa. Questa separazione permette di determinare il coefficiente di riflessione per un'onda piana ad angoli di incidenza arbitrari.

Si consideri la figura 2.7. Una sorgente sonora è posizionata a una quota  $z = z_0$  dal materiale poroso, la cui superficie coincide con il piano  $xy$ . Essa genera una distribuzione di pressione sonora complessa  $p(x, y, z_j)$  su un generico piano posto ad una quota  $z = z_j$  dalla superficie del materiale.



**Figura 2.7** Rappresentazione schematica del metodo di Tamura

Attraverso la trasformata di Fourier bidimensionale rispetto alle coordinate  $x$  e  $y$ , la distribuzione di pressione sonora complessa è scomposta nelle componenti piane:

$$p(k_{0,x}, k_{0,y}, z_{0,j}) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z_j) \exp[-i(k_{0,x}x + k_{0,y}y)] dx dy \quad (2.26)$$

dove  $k_{0,x}$  e  $k_{0,y}$  rappresentano, rispettivamente, la componente lungo  $x$  e  $y$  del numero d'onda in aria.

Se il materiale da testare è isotropo e la sorgente è un monopolo, il campo sonoro che si genera è assialsimmetrico rispetto all'asse  $z$ . Questo comporta una semplificazione nella procedura di misura perché la trasformata di Fourier (Eq. 2.26) può essere sostituita con la trasformata di Fourier-Bessel:

$$p(k_{0,r}, z_j) = 2\pi \int_0^{\infty} p(r, z_j) J_0(rk_{0,r}) r dr \quad (2.27)$$

dove  $r = (x^2 + y^2)^{0.5}$  è la distanza orizzontale radiale dall'asse  $z$  e  $k_{0,r} = (k_{0,x}^2 + k_{0,y}^2)^{0.5}$  è la componente orizzontale del numero d'onda in aria.

In questo caso l'applicazione del metodo richiede la misura delle distribuzioni di pressione sonora complessa lungo due segmenti, invece che su due piani,  $z = z_1$  e  $z = z_2$ .

È possibile esprimere ogni componente di onda piana sull'asse  $z = z_1$  in termini di componenti di onda piana incidente e riflessa sul confine  $z = z_0$ . Scomponendo il campo sonoro piano nelle componenti incidente e riflessa, rispettivamente, si ottengono le seguenti relazioni:

$$p_i(k_{0,r}, 0) = p_i(k_{0,r}, z_1) \exp(ik_{0,z}z_1) \quad (2.28)$$

$$p_r(k_{0,r}, z_1) = p_r(k_{0,r}, 0) \exp(ik_{0,z}z_1) \quad (2.29)$$

Dall'equazione 2.28 e 2.29, la componente di onda piana sull'asse  $z = z_1$  è data dalla combinazione lineare del contributo delle componenti incidente e riflessa all'interfaccia materiale-aria:

$$p(k_{0,r}, z_1) = p_i(k_{0,r}, 0) \exp(-ik_{0,z}z_1) + p_r(k_{0,r}, 0) \exp(ik_{0,z}z_1) \quad (2.30)$$

Ripetendo la stessa procedura per la componente di onda piana sull'asse  $z = z_2$  si ottiene il sistema di equazioni lineari che segue:

$$\begin{pmatrix} \exp(-ik_{0,z}z_1) & \exp(ik_{0,z}z_1) \\ \exp(-ik_{0,z}z_2) & \exp(ik_{0,z}z_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_i(k_{0,r}, 0) \\ p_r(k_{0,r}, 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(k_{0,r}, z_1) \\ p(k_{0,r}, z_2) \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Risolvendo tale sistema è possibile separare le componenti di onda piana incidente e riflessa sulla superficie del materiale:

$$p_i(k_{0,r}, 0) = \frac{p(k_{0,r}, z_1) \exp(-ik_{0,z}z_2) - p(k_{0,r}, z_2) \exp(-ik_{0,z}z_1)}{2i \sin[k_{0,z}(z_2 - z_1)]} \quad (2.32)$$

$$p_r(k_{0,r}, 0) = \frac{p(k_{0,r}, z_2) \exp(-ik_{0,z}z_1) - p(k_{0,r}, z_1) \exp(-ik_{0,z}z_2)}{2i \sin[k_{0,z}(z_2 - z_1)]} \quad (2.33)$$

Pertanto il coefficiente di riflessione per un angolo di incidenza  $\vartheta_i$  sarà dato dal rapporto:

$$C_r(k_{0,r}) = \frac{p_r(k_{0,r}, 0)}{p_i(k_{0,r}, 0)} \quad (2.34)$$

Al fine di indagare sui pregi e sui limiti di questa tecnica sono state condotte delle analisi sperimentali che verranno mostrate nel paragrafo che segue.



### **2.3. Misure sperimentali del coefficiente di riflessione piano ad incidenza obliqua**

In questo paragrafo sono riportati i risultati del coefficiente di riflessione determinati sperimentalmente attraverso l'applicazione del metodo di Tamura. In particolare sono state condotte due campagne di misura utilizzando due diversi setup di misura. La prima è stata condotta in collaborazione con l'Istituto di Acustica Tecnica di Aachen in Germania, l'altra nel Laboratorio di Acustica del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Napoli "Federico II". Le misure sono state effettuate su pannelli di diverse tipologie di materiale poroso e, per la validazione dei risultati sperimentali, si è reso necessario un confronto dei medesimi con le curve teoriche ottenute mediante i modelli di Delany e Bazley e di Johnson Champoux Allard. L'applicazione di tali metodi richiede la conoscenza dei parametri non acustici del materiale che sono stati valutati utilizzando il tubo ad onde stazionarie.

#### **2.3.1. Misure dei parametri non acustici dei materiali**

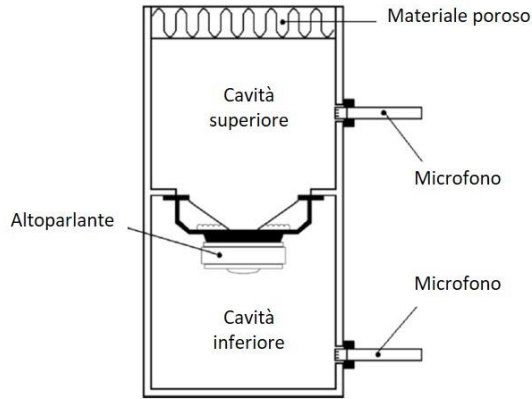
Sia che si utilizzi il modello di Delany e Bazley per caratterizzare i materiali fibrosi sia se si utilizzi il modello di Johnson Champoux Allard per le schiume, è necessario determinare i parametri non acustici per la loro applicazione. Nel primo caso è richiesta la sola resistività al flusso d'aria  $\sigma$ , nel secondo caso, oltre alla resistività al flusso d'aria e considerando all'incirca unitaria la porosità, è richiesta anche la conoscenza della lunghezza caratteristica termica  $\Lambda_t$  e viscosa  $\Lambda_v$  e della tortuosità  $\alpha_\infty$ .

L'apparecchiatura utilizzata per determinare i suddetti parametri fisico-strutturali è il tubo ad onda stazionaria precedentemente descritto (Fig. 2.3) che ha la peculiarità di poter essere impiegato per diverse configurazioni di misura senza dover spostare il materiale da testare dal porta-provino. In particolare, la resistività al flusso d'aria è stata misurata utilizzando il "tubo corto" e il metodo di Dragonetti *et al.* [13].

Come detto in precedenza, la resistività al flusso d'aria è definita come rapporto tra la differenza di pressione continua applicata tra le facce parallele di uno strato piano di materiale poroso rapportata alla velocità del flusso d'aria che lo attraversa e allo spessore del materiale. Essa gioca un ruolo fondamentale nella caratterizzazione

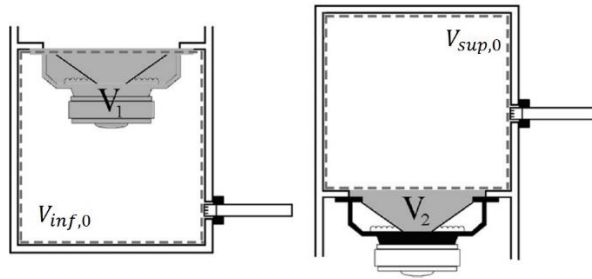
acustica di un materiale poroso e la sua misura è di importanza cruciale per la progettazione di sistemi per il controllo del rumore. Esistono tecniche consolidate per la stima della resistività riportate nelle norme ISO 9053 [14] o ASTM C 522 [15] che definiscono due metodi di misura che si differenziano a seconda che il flusso sia alternato o stazionario. In entrambi i casi è imposto che la velocità di attraversamento del flusso d'aria sia contenuta in un campo di valori tra  $[0.5 \text{ mm/s} \text{ } 4 \text{ mm/s}]$ . Inoltre, nel caso di flusso d'aria alternato la frequenza di misura deve essere pari a  $2 \text{ Hz}$ . L'applicazione di tali metodologie di misura prevede, quindi, l'impiego di apparati meccanici per riprodurre flussi d'aria continui o alternati nonché l'utilizzo di strumenti di misura dedicati come flussometri, manometri differenziali o microfoni per frequenze molto basse. A partire da queste considerazioni, Dragonetti et al. hanno sviluppato un metodo alternativo per la misura della resistività che consentisse di superare diverse problematiche tra cui anche il costo eccessivo delle apparecchiature di misura. Il vantaggio principale nell'uso della tecnica proposta dagli autori risiede appunto nel fatto che può essere replicata facilmente in un comune laboratorio di acustica in quanto richiede l'uso di un altoparlante e di un microfono ordinario. Diversi autori hanno sviluppato metodi simili basati essenzialmente sulle misure effettuate in un tubo ad impedenza usando due microfoni [16,17,18,19,20] o tre microfoni [21]. Queste tecniche di misura ottengono dei buoni risultati ma richiedono una fase preliminare di calibrazione cosa che, invece non è richiesta per l'applicazione del metodo di Dragonetti et al. in quanto si basa sulla misura del rapporto complesso della pressione sonora.

Una rappresentazione schematica dell'apparato di misura è mostrato nella figura 2.8. Esso consiste in due cavità: la cavità inferiore su cui affaccia la parte posteriore dell'altoparlante chiusa ermeticamente e la cavità superiore terminata dal materiale in prova.



**Figura 2.8** Rappresentazione schematica dell'apparato di misura per la resistività

La stima della resistività si basa essenzialmente sulla misura di due valori di pressione sonora a valle e a monte dell'altoparlante come mostrato in figura 2.8.



**Figura 2.9** Volume delle cavità senza altoparlante e volumi dell'altoparlante

In particolare, gli autori hanno dimostrato che esiste un campo di frequenze dove l'andamento della parte immaginaria del rapporto complesso  $r_p$  tra le pressioni misurate nella cavità superiore  $p_{sup}$  e quella inferiore  $p_{inf}$  è ben approssimato da una retta di equazione:

$$Im\left(\frac{p_{sup}}{p_{inf}}\right) = Im(r_p) = -\frac{\omega V_{inf} \sigma d}{\gamma p_0 S} \quad (2.35)$$

dove  $p_0$  è il valore della pressione statica dell'aria,  $S$  è l'area della sezione trasversale della cavità e  $V_{inf}$  è il volume della cavità inferiore al netto dell'ingombro della porzione posteriore dell'altoparlante.

Il campo di frequenze dove è valida tale relazione dipende dalle caratteristiche intrinseche del materiale nonché dalle dimensioni della cavità superiore e dallo spessore del materiale.

Dall'equazione 2.35, se è noto  $V_{inf}$ , è possibile calcolare la resistività. A causa della forma complessa della parte posteriore dell'altoparlante, tale volume non può essere valutato utilizzando un calcolo su misure di lunghezza usuali della sua geometria. Dragonetti et al. proposero un metodo acustico fondato sulla misura di pressione nelle due cavità separate dall'altoparlante e chiuse ermeticamente come mostrato nelle figure 2.9 (a) e 2.9 (b).

Nella figura 2.9, con la linea tratteggiata sono indicati il volume superiore  $V_{sup,0}$  e inferiore  $V_{inf,0}$  delle due cavità senza l'altoparlante, mentre in grigio sono riportati i volumi superiore  $V_2$  e inferiore  $V_1$  dell'altoparlante incogniti. Mantenendo invariato la cavità inferiore, il rapporto complesso di pressione  $r_p$  viene misurato, una prima volta utilizzando una cavità superiore avente un volume noto  $V_{sup,0}$  e, una seconda volta, avente un volume più grande  $V'_{sup,0}$  di quest'ultima ( $r'_p$ ). Gli autori hanno dimostrato che dalla combinazione dei due rapporti di pressione e, noti i volumi  $V_{sup,0}$  e  $V_{inf,0}$  si ottengono una coppia di equazioni che consentono di determinare accuratamente i due volumi  $V_1$  e  $V_2$ .

$$V_1 = V_{inf,0} + (V_{sup,0} + V_2)r_p \quad (2.36)$$

$$V_2 = \frac{(r_p/r'_p)V'_{sup,0} - V_{sup,0}}{1 - (r_p/r'_p)} \quad (2.37)$$

Invece, la tortuosità e le lunghezze caratteristiche sono state valutate posizionando il porta-provino all'interno del "tubo lungo" utilizzando il metodo indiretto proposto da Panneton [20] e Only [22] e la tecnica dei tre microfoni [23].

In particolare, secondo Panneton e Only, la tortuosità e le lunghezze caratteristiche possono essere calcolate utilizzando le seguenti soluzioni analitiche:

$$\alpha_{\infty} = \frac{1}{\rho_0} \left( \operatorname{Re}(\tilde{\rho}) - \sqrt{\operatorname{Im}(\tilde{\rho})^2 - \left(\frac{\sigma}{\omega}\right)^2} \right) \quad (2.38)$$

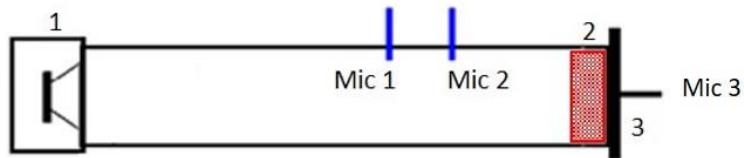
$$\Lambda_v = \alpha_{\infty} \sqrt{\frac{2\rho_0\mu}{\omega \operatorname{Im}(\tilde{\rho})(\rho_0\alpha_{\infty} - \operatorname{Re}(\tilde{\rho}))}} \quad (2.39)$$

$$\Lambda_t = 2 \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0\omega P_r}} \left( -\operatorname{Im} \left( \left( \frac{1 - \tilde{K}/K_a}{1 - \gamma \tilde{K}/K_a} \right)^2 \right) \right)^{-0.5} \quad (2.40)$$

dove  $K_a$  rappresenta il modulo di comprimibilità adiabatico.

Per la determinazione di tali parametri è, quindi necessario calcolare la densità complessa  $\tilde{\rho}$  e il modulo di comprimibilità complesso  $\tilde{K}$  che sono stati calcolati utilizzando il metodo dei tre microfoni.

Il tubo a tre microfoni costituisce una variante del classico tubo a impedenza a due microfoni. In questo caso, nella culatta rigida viene inserito un terzo microfono di misura.



**Figura 2.10** Schema di un tubo di Kundt con due microfoni. 1-altoparlante, 2-materiale poroso, 3-culotta rigida

Il principio di misura di tale sistema è, invece completamente differente. Esso non si basa più sul metodo della funzione di trasferimento, bensì sul metodo della matrice di trasferimento sviluppata inizialmente per le misure di Transmission Loss in tubo ad

impedenza a quattro microfoni e successivamente modificata per lo schema riportato in figura 2.10. imponendo la condizione al contorno di superficie rigida, ossia velocità delle particelle nulla in corrispondenza della culatta rigida.

Dalla misura delle funzioni di trasferimento  $H_{12}$  e  $H_{23}$ , rispettivamente tra i microfoni 2 e 1 e i microfoni 3 e 2, è possibile calcolare il rapporto di pressione tra il fronte  $x = 0$  e la faccia posteriore del materiale poroso  $x = d$ :

$$H_{0d} = \frac{1 + C_r}{e^{ik_0L} + C_r e^{-ik_0L}} H_{23} \quad (2.41)$$

$C_r$  è il coefficiente di riflessione complesso dato dall'equazione che segue:

$$C_r = \frac{e^{ik_0s} - H_{12}}{H_{12} - e^{-ik_0s}} e^{2ik_0L} \quad (2.42)$$

dove  $s$  è la distanza tra i microfoni 1 e 2 e  $L$  è la distanza tra il microfono 2 e la superficie del materiale poroso.

Dall'approccio della matrice di trasferimento [24], la funzione di trasferimento  $H_{0d}$  è equivalente al al primo termine della matrice di trasferimento a incidenza normale  $T_{11}$  nell'ipotesi di materiale omogeneo e isotropo.

$$\begin{pmatrix} p \\ v \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{pmatrix} \cos kd & iZ_c \sin kd \\ \frac{i \sin kd}{Z_c} & \cos kd \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix}_{x=0} \quad (2.43)$$

Quindi, è possibile calcolare il numero d'onda e l'impedenza caratteristica del materiale:

$$k = \frac{1}{d} \cos^{-1} kd \quad (2.44)$$

$$Z_c = iZ_s \tan kd \quad (2.45)$$

La densità complessa e il modulo di comprimibilità complesso richieste per il metodo indiretto sono così date da:

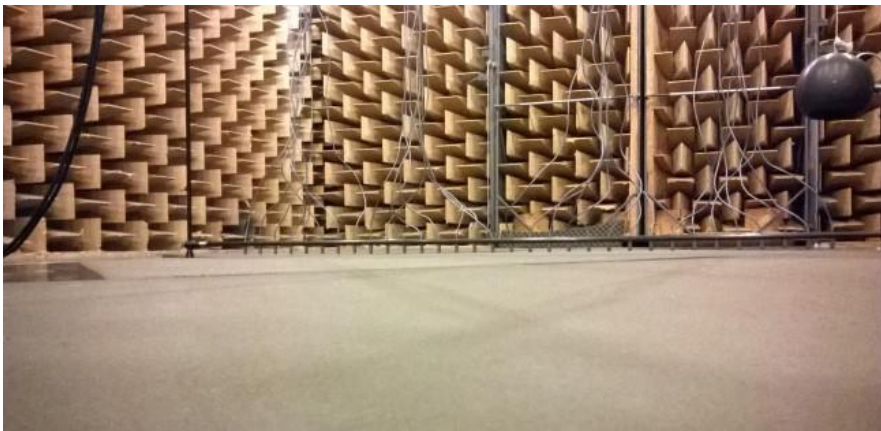
$$\tilde{\rho} = Z_c k / \omega \quad (2.46)$$

$$\tilde{K} = \omega Z_c / k \quad (2.47)$$

La porosità  $\phi$  è l'unico parametro che non è stato valutato sperimentalmente in quanto essa non influenza significativamente i risultati in quanto tutti i materiali utilizzati presentano un valore di porosità prossimo all'unità.

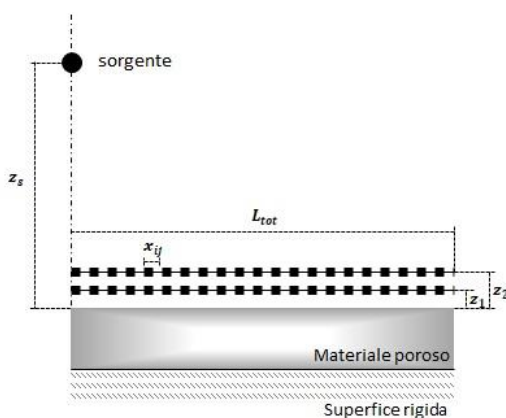
### 2.3.2. Misure sperimentali con array microfonico

L'applicazione del metodo di Tamura richiede la conoscenza del campo di pressione sonora lungo due segmenti di misura posti a diversa altezza dal materiale poroso. A tale scopo, nella camera semi-anecoica dell'Istituto di Acustica Tecnica di Aachen (ITA) è stato utilizzato un array di 32 microfoni [25].



**Figura 2.11** Apparato di misura realizzato nella camera semi-anecoica dell'Istituto di Acustica Tecnica di Aachen

La distanza orizzontale tra i microfoni è di  $x_{ij} = 4\text{cm}$  e la lunghezza totale dell'array è di  $L_{tot} = 1.24\text{m}$ . La sorgente è posta a  $z_s = 30\text{cm}$  dalla superficie del materiale poroso e le misure sono state condotte, rispettivamente, ad un'altezza di  $z_1 = 1\text{cm}$  e  $z_2 = 2\text{cm}$  dalla superficie del materiale.



**Figura 2.12** Schema del sistema di misura realizzato all'ITA

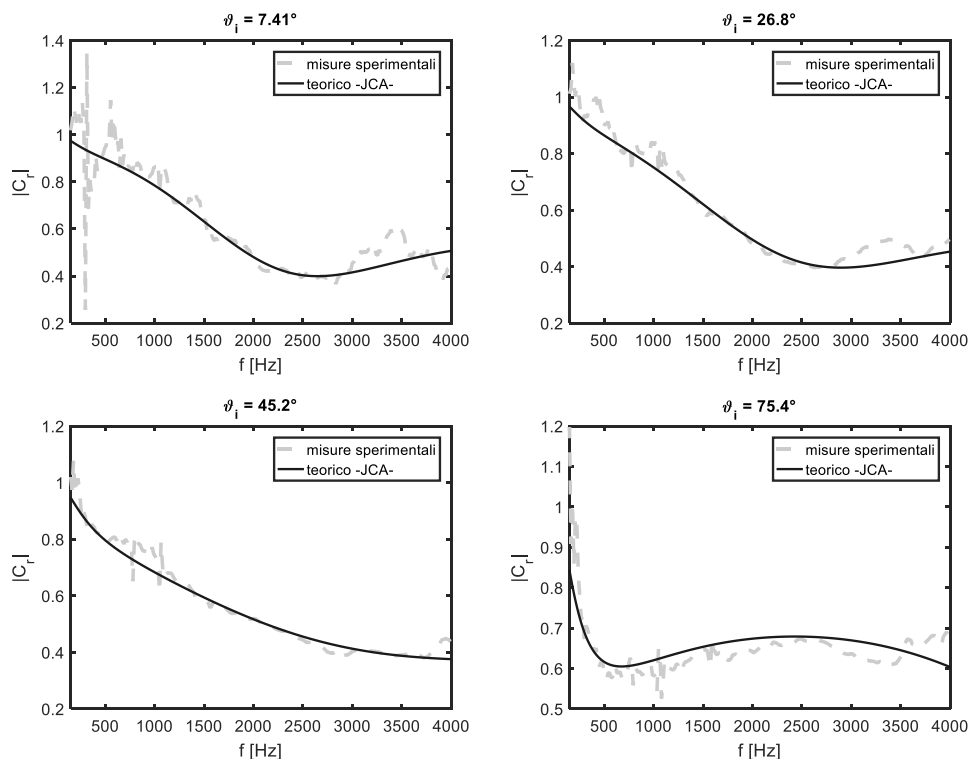
Le misure sono state condotte su due tipologie di materiale poroso: pannelli di schiuma poliuretanica e pannelli in fibre di vetro le cui caratteristiche sono riportate nella Tabella 2.1.

**Tabella 2.1** Parametri non acustici dei materiali

	$\sigma[\text{rayl/m}]$	$\alpha$	$\Lambda_t[\mu\text{m}]$	$\Lambda_v[\mu\text{m}]$	$d[\text{cm}]$
<b>Schiuma</b>	6340	1.33	287	132	3
<b>Fibra</b>	7480	-	-	-	7

I risultati ottenuti sperimentalmente sono stati confrontati con le curve teoriche del coefficiente di riflessione per onda piana (Eqs. 2.9 e 2.25) ottenute mediante i modelli di Johnson Champoux Allard nel primo caso, e di Delany e Bazley nel secondo.

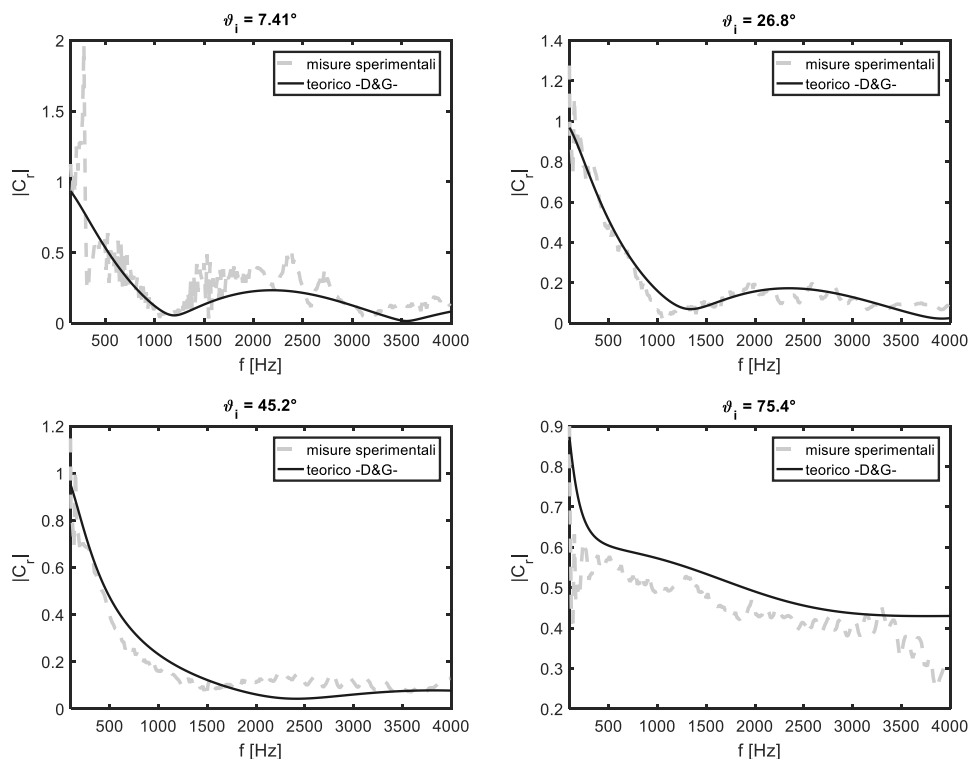




**Figura 2.13** Confronto teorico sperimentale del modulo del coefficiente di riflessione relativo al pannello di schiuma poliuretanica per diversi angoli d'incidenza

Nella Figura 2.13 è riportato il modulo del coefficiente di riflessione relativo al pannello di schiuma poliuretanica mentre nella Figura 2.14 quello relativo al pannello in fibra di vetro.

I risultati ottenuti per entrambi i materiali mostrano che il metodo di Tamura consente di ottenere dei buoni risultati per tutti gli angoli di incidenza indagati presentando, però, dei limiti di applicabilità dovuti alle dimensioni finite dell'aria di misura che si traduce in fluttuazioni alle basse frequenze. Un numero finito di misure dà luogo ad errori di approssimazione della trasformata di Fourier-Bessel. Tali errori possono essere limitati se si utilizzano diverse finestre spaziali [26].



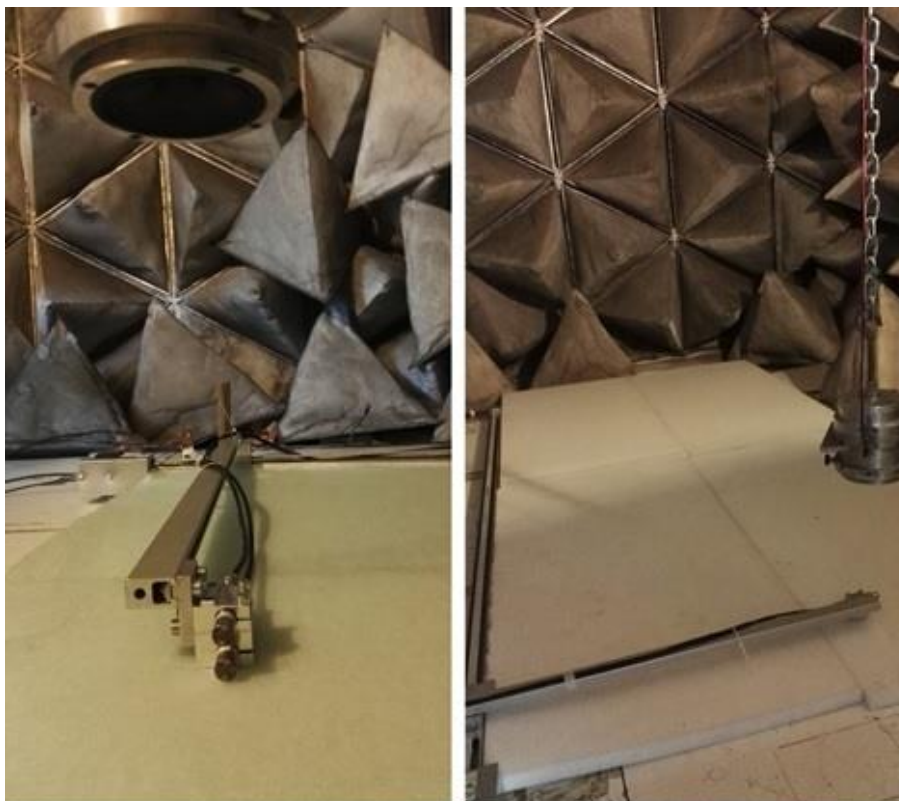
**Figura 2.14** Confronto del modulo del coefficiente di riflessione relativo al pannello in fibra di vetro

### 2.3.3. Misure sperimentali con due microfoni

Con il sistema di misura realizzato nel Laboratorio di Acustica del Dipartimento di Ingegneria Industriale, la misura delle distribuzioni di pressione viene effettuata in maniera discreta facendo avanzare linearmente una coppia microfonica, alle quote  $z_1$  e  $z_2$ , al di sopra del materiale poroso [27].

Il sistema di misura si compone di un attuatore lineare motorizzato con motore passo-passo posizionato all'interno della camera semi-anecoica. L'attuatore è composto da un profilo in alluminio autoportante e da un carrello mosso da un sistema di trasmissione a cinghia dentata. Un braccio in alluminio, alla cui estremità sono fissati due microfoni, è montato sulla piattaforma di aggancio di carico situata sul carrello di scorrimento. Due sensori di prossimità ad effetto hall, utilizzati come delimitatori di

fine corsa, sono in grado di segnalare alla logica di controllo, implementata in ambiente LabVIEW, l'assenza o la presenza del carrello al fine di evitare possibili urti contro gli arresti meccanici. Una sorgente sonora, costituita da un altoparlante collegato a un amplificatore di potenza, è sospesa verticalmente al di sopra del materiale.

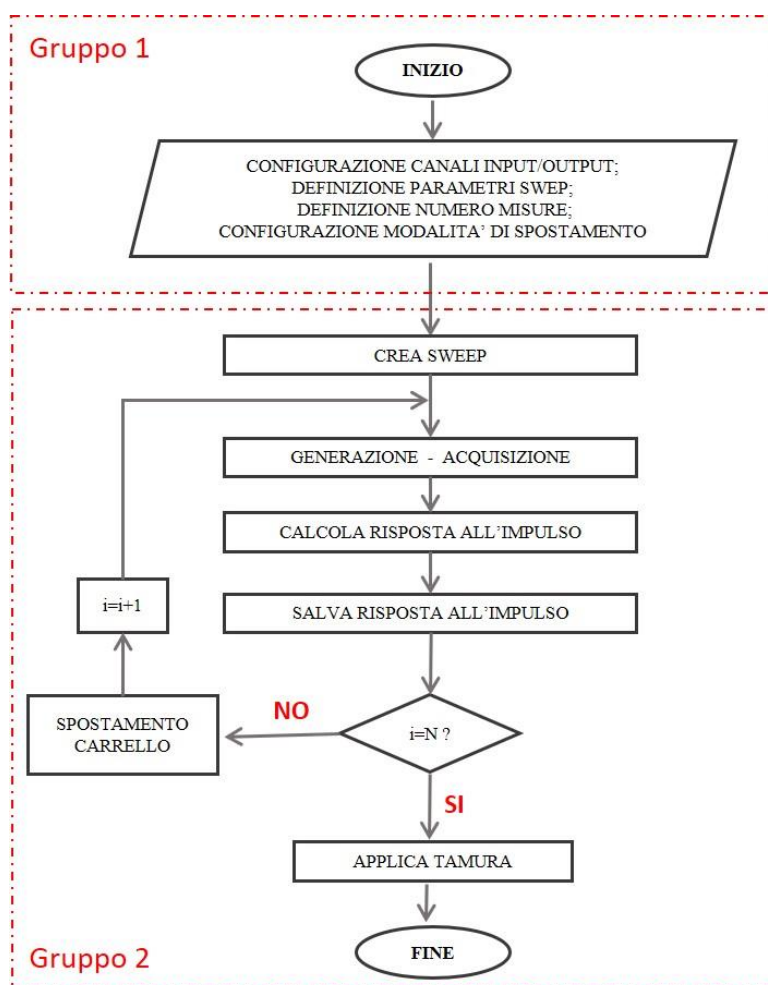


**Figura 2.15** Setup di misura realizzato presso il LAD

L'hardware del sistema di controllo e di misura si compone di diversi dispositivi prodotti da National Instruments. Per la gestione automatizzata di tutte le fasi di misura e di elaborazione si è reso necessario sviluppare un programma in ambiente LabVIEW.

Nel diagramma a blocchi riportato in Figura 2.16 è rappresentato graficamente l'algoritmo implementato in ambiente LabVIEW e quindi il flusso delle operazioni

necessarie alla determinazione del coefficiente di riflessione mediante la tecnica di Tamura.



**Figura 2.16** Rappresentazione grafica dell'algoritmo realizzato in LabView

È possibile dividere in due macro gruppi le operazioni svolte. Un primo gruppo di operazioni che spettano all'utente e un secondo che, invece, riguarda l'insieme delle operazioni gestite autonomamente dal programma.

Una volta mandato in esecuzione il VI, l'utente è chiamato a configurare i canali di acquisizione e generazione, a inserire tutti quei parametri utili alla costruzione del

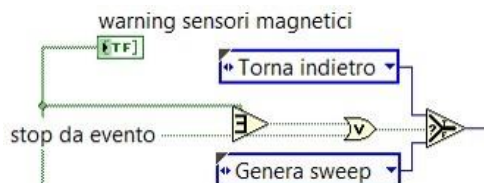
segnale di test, a configurare la modalità di spostamento specificando il numero di misure da eseguire, e quindi il numero di spostamenti da far effettuare al carrello, nonché la lunghezza, espressa in cm, di ogni singolo spostamento.

L'algoritmo per il calcolo del singolo spostamento è implementato in modo tale da permettere all'utente di aumentare o diminuire, con incrementi o decrementi di 10, a propria discrezione, il valore della variabile relativa al numero di impulsi da fornire all'azionamento del motore e di visualizzare la lunghezza dello spostamento ad esso associata così come la lunghezza di misura complessiva. Sempre nel pannello di controllo, l'utente può impostare la frequenza di campionamento e configurare i parametri caratteristici del segnale di test (tipo di sweep, ampiezza del segnale, frequenza iniziale, frequenza finale, numero di sweep, la durata di ogni sweep, la durata del segmento di silenzio dopo ogni sweep espressa in secondi).

Nel pannello di controllo sono riportate, inoltre una barra orizzontale e due led. La barra orizzontale indica l'avanzamento temporale delle operazioni di misura. Questo indicatore è utile per dare all'operatore la percezione di quante misure sono state effettuate e di quante ne mancano. Il tempo necessario per un intero ciclo di misura dipende principalmente dal tempo di elaborazione, dalla durata del segnale di test e dal tempo impiegato dal carrello a percorrere in modo discreto, secondo i parametri pre-impostati dall'utente, l'intero percorso di misura. Invece, attraverso i due led è possibile verificare sistematicamente lo stato dei due sensori ad effetto hall, utilizzati come delimitatori di fine corsa: il led verde acceso indica l'attivazione del sensore che comporta l'arresto immediato del motorino e quindi l'interruzione delle operazioni di misura.

Il secondo gruppo di operazioni consiste, principalmente, nella creazione del segnale, la generazione e l'acquisizione. Si effettua la prima misurazione a carrello fermo mentre le altre misurazioni vengono effettuate alle varie fermate tenendo conto delle impostazioni inserite dall'utente. Ad ogni postazione di fermata del carrello, il segnale di test viene riprodotto dall'altoparlante, acquisito contemporaneamente dai due microfoni, distanziati di 2 cm, e campionato alla frequenza di campionamento scelta dall'utente. Per effettuare la misura della risposta all'impulso è necessario che il

segnale di test generato venga riprodotto dalla sorgente sonora e che l'acquisizione sia sincronizzata con l'emissione. Per ottenere una sincronizzazione tra l'acquisizione e la generazione si è sfruttata la capacità di trigger intrinseca a livello hardware.



Dall'immagine è possibile notare come la decisione del successivo stato da elaborare sia condizionata al valore “vero o falso” di un dato booleano. Nel caso riportato, qualora si attivi uno dei due sensori magnetici, oppure l'utente decida di terminare l'esecuzione del programma, lo stato successivo, individuato dalla dicitura “torna indietro”, comporta l'arresto della fase di misura e il ritorno del carrello alla sua posizione di partenza. Qualora non si verifichi nessuna di queste condizioni, lo stato successivo sarà la generazione dello sweep e, quindi, la contemporanea acquisizione del segnale riprodotto.

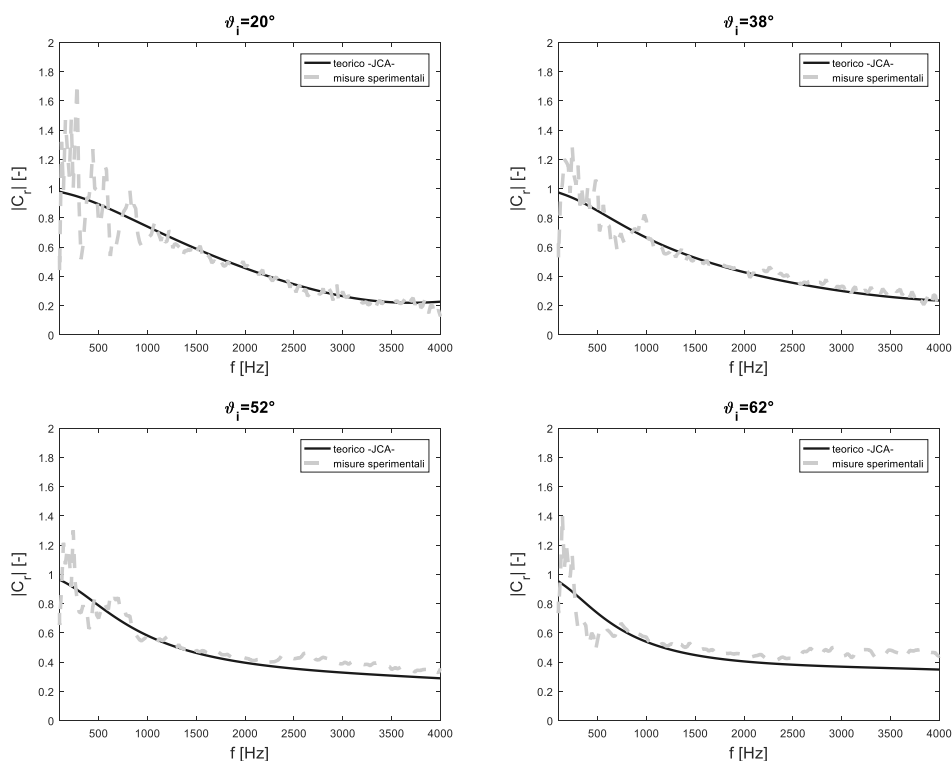
L'indagine ha riguardato due tipologie di materiali porosi di cui sono note le proprietà acustiche (Tab. 2.2): pannelli in resina melamminica espansa (Schiuma) e pannelli in fibra di poliestere (Fibra).

**Tabella 2.2** Parametri non acustici dei materiali

	$\sigma[\text{rayl/m}]$	$\alpha$	$\Lambda_t[\mu\text{m}]$	$\Lambda_v[\mu\text{m}]$	$d[\text{cm}]$
<b>Schiuma</b>	15000	1.1	600	300	3
<b>Fibra</b>	2260	-	-	-	3.5

Lo spostamento lineare del carrello è stato impostato pari a  $x_{ij} = 1.56\text{cm}$  e sono state effettuate, per ogni materiale, 113 misure in modo da ricoprire una lunghezza di misura pari a  $L_{tot} = 1.75\text{m}$ . La sorgente è stata posta a  $z_s = 10\text{cm}$  dalla superficie del materiale poroso mentre le quote dei microfoni sono pari a di  $z_1 = 2\text{cm}$  e  $z_2 = 4\text{cm}$  per il Fonitek e di  $z_1 = 1\text{cm}$  e  $z_2 = 3\text{cm}$  per l'Edilfiber. Questa differenza è dovuta ai limiti strutturali e ai diversi spessori dei materiali.

Nella Figura 2.18 vengono riportati i moduli del coefficiente di riflessione per onda piana per diversi angoli d'incidenza misurati sperimentalmente con il metodo di Tamura per il pannello in resina melamminica espansa.



**Figura 2.18** Confronto teorico sperimentale del modulo del coefficiente di riflessione relativo ai pannelli in resina melamminica espansa diversi angoli d'incidenza

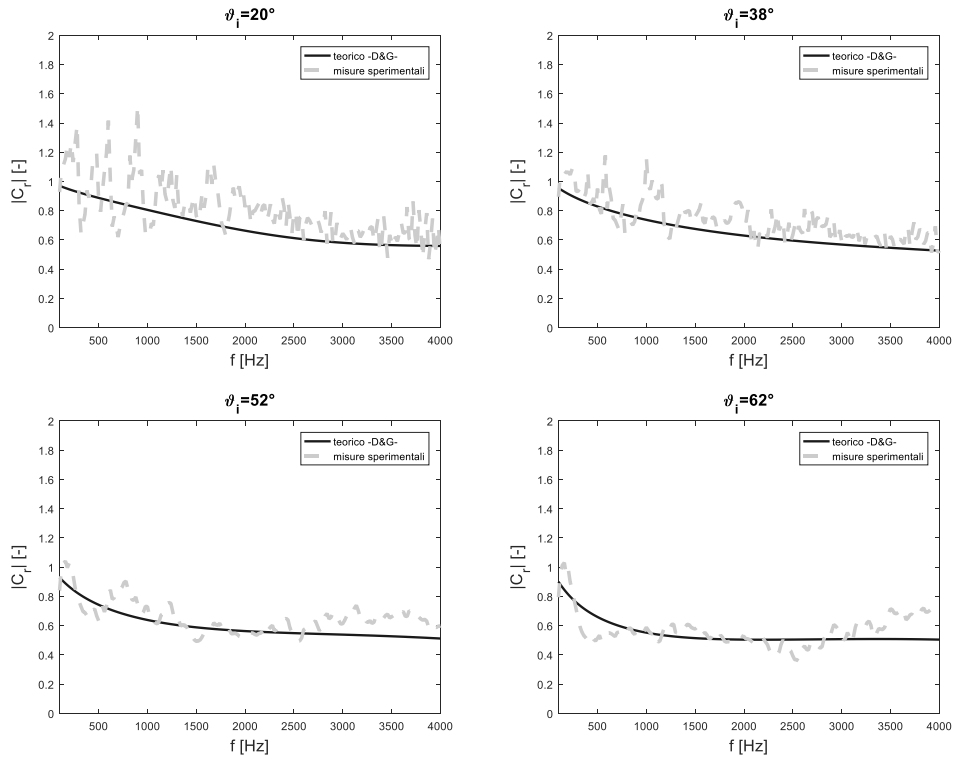
I risultati sperimentali sono stati validati mediante un confronto dei medesimi con le curve teoriche del coefficiente di riflessione per onda piana ottenute mediante il modello di Johnson Champoux Allard.

I risultati mostrati in Figura 2.19 si riferiscono, invece, al pannello in fibra di poliestere e sono, quindi confrontati con i valori teorici ottenuti utilizzando il modello di Delany e Bazley.

Come si evince dai grafici, in entrambi i casi si è ottenuta una buona correlazione tra i valori teorici del coefficiente di riflessione e quelli ottenuti applicando il metodo di Tamura. Questi ultimi presentano delle fluttuazioni nel campo delle basse frequenze dovute alle dimensioni finite dell'area di misura. Tali fluttuazioni sono molto più evidenti e presenti anche nel range delle frequenze medio-alte nel caso dei pannelli in



fibra di poliestere in quanto questi ultimi sono caratterizzati da una resistività molto più bassa rispetto ai pannelli in resina melamminica espansa.



**Figura 2.19** Confronto teorico sperimentale del modulo del coefficiente di riflessione relativo ai pannelli in fibra di poliestere espansa diversi angoli d'incidenza

## Bibliografia

- [1] UNI EN ISO 10534-2: 2001 Acustica. *Determinazione del coefficiente di assorbimento acustico e dell'impedenza acustica in tubi di impedenza. Metodo della funzione di trasferimento*
- [2] Brandao E., Arcanjo L., Stephan P., *A review of the in situ impedance and sound absorption measurement techniques*, Acta Acustica United with Acustica, **101** (2015), pp. 443-463
- [3] Garai M., *Measurement of the sound absorption coefficient in situ: the reflection method using periodic pseudorandom sequences of maximum length*, Applied Acoustics, **39** (1993), pp. 119-134
- [4] Mommertz E., *Angle-dependent in situ measurements of reflection coefficient using a subtraction technique*, Applied Acoustics, **46** (1995), pp. 251-264
- [5] Ingard U., Bolt R.H., *A free field method of measuring the absorption coefficient of acoustic materials*, The Journal of the Acoustical Society of America, **23** (1951), pp. 509-516
- [6] Champoux Y., L'Espérance A. *Numerical evaluation of errors associated with the measurement of acoustic impedance in a free field using two microphones and a spectrum analyzer*, The Journal of the Acoustical Society of America, **84** (1988), pp. 30-38
- [7] Li J.F., Hodgson M., *Use of pseudo-random sequences and a single microphone to measure surface impedance at oblique incidence*, The Journal of the Acoustical Society of America, **102** (1997), pp. 2200-2210
- [8] Lanoye R., Vermeir G., Lauriks W., *Measuring the free field acoustic impedance and absorption coefficient of sound absorbing materials with a combined particle velocity-pressure sensor*, The Journal of the Acoustical Society of America, **119** (2006), pp. 2826-2831
- [9] Hirosawa M., Takashima K., Nakagawa H., Kon M., Yamamoto A., Lauriks W., *Comparison of three measurement techniques for the normal absorption coefficient of sound absorbing materials in the free field*, The Journal of the Acoustical Society of America, **126** (2009), pp. 3020-3027
- [10] Tamura M., *Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficient at oblique incidence. I: Theory and numerical examples*, The Journal of the Acoustical Society of America, **88** (1990), pp. 2259-2264
- [11] Ottink M., *In situ measurement of the oblique incidence sound absorption coefficient for finite sized absorbers*, The Journal of the Acoustical Society of America, **139** (2016), pp. 41-52
- [12] Tamura M., Allard J. F. e Lafarge D., *Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficient at oblique incidence. II: Experimental results*, The Journal of the Acoustical Society of America, **97** (1997), pp. 2255-2262
- [13] Dragonetti R., Ianniello C., Romano R., *Measurement of the resistivity of porous materials with an alternating air-flow method*, The Journal of the Acoustical Society of America, **129** (2011), pp. 753-764

- [14] ISO 9053, *Acoustic-Materials for acoustical applications-Determination of airflow resistance* (ISO 1991)
- [15] ASTM C 522, *Airflow Resistance of Acoustical Materials* (ASTM, 2003)
- [16] Ingard K.U., Dear T.A., *Measurement of acoustic flow resistance*, Journal of Sound and Vibration, **103** (1985), pp. 567-572
- [17] Woodcock R., Hodgson M., *Acoustic methods for determining the effective flow resistivity of fibrous materials*, Journal of Sound and Vibration, **153** (1992), pp. 186-191
- [18] Ren M., Jacobsen F., *A method of measuring the dynamic flow resistance and reactance of porous materials*, Applied Acoustic, **39** (1993), pp. 256-276
- [19] Picard M.A., Solana P., Urchuegià J.F., *A method of measuring for dynamic flow resistance and the acoustic measurement of the effective static flow resistance in stratified rockwool samples*, Journal of Sound and Vibration, **216** (1998), pp. 495-505
- [20] Pannetton R., Only X., *Acoustical determination of the parameters governing viscous dissipation in porous media*, The Journal of the Acoustical Society of America, **119** (2006), pp. 2027-2040
- [21] Doutres O., Salissou Y., Atalla N., Pannetton R., *Evaluation of the acoustic and non-acoustic properties of sound absorbing materials using a three microphone impedance tube*, Applied Acoustic, **71** (2010), pp. 506-509
- [22] Only X., Pannetton R., *Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media*, The Journal of the Acoustical Society of America, **123** (2008), pp. 814-824
- [23] Doutres O., Salissou Y., Atalla N., Pannetton R., *Evaluation of the acoustic and non-acoustic properties of sound absorbing materials using a three-microphone impedance tube*, Applied Acoustics, **123** (2010), pp. 505-509
- [24] Song B.H., Bolton J.S., *A transfer matrix approach for estimating the characteristic impedance and wave numbers of limp and rigid porous materials*, The Journal of the Acoustical Society of America, **107** (2000), pp. 1131-1152
- [25] Dragonetti R., Opdan R., Napolitano M., Romano R., Vorländer M., *Effects of the Wave Front on the acoustic reflection coefficient*, Acta Acustica United with Acustica, **102** (2016), pp. 675-687
- [26] Lin W.L., Bi C.X., Opdan R., Zhang Y.B., Vorländer M., *Performance of spatial windows in the spatial Fourier transform technique for the angle-dependent reflection factor measurement*, Acta Acustica United with Acustica, **103** (2017), pp. 349-353
- [27] Napolitano M., Dragonetti R., Romano R., *Analisi della trasformata spaziale di Fourier per la misura del coefficiente di assorbimento*, 44° Convegno Nazionale AIA, Pavia 2017

## Capitolo 3

### Valutazione teorica del coefficiente di riflessione sferico

Nei precedenti capitoli, si è parlato del coefficiente di riflessione complesso piano e di come, nota l'impedenza superficiale, è possibile calcolare il coefficiente di riflessione di un materiale poroso quando su di esso agisce un campo sonoro piano. Ma, nella maggior parte delle applicazioni reali, il campo sonoro che interagisce con il materiale poroso non è piano ma più complesso.

È, tuttora, oggetto di grande interesse nell'ambito della ricerca, la determinazione del coefficiente di riflessione sferico e la possibilità di conoscere le reali capacità di un materiale poroso di riflettere il suono.

Quando su un materiale poroso agisce un campo sonoro non piano, le relazioni viste nel capitolo 2 (Eqs. 2.9 e 2.25) non sono più valide e il coefficiente di riflessione deve essere valutato come rapporto tra pressioni (Eq. 1.4):

$$C_r = \frac{p_{rif}}{p_{inc}}$$

È necessario, quindi, per la sua determinazione, riuscire a separare l'aliquota di pressione sonora riflessa da quella incidente. A tale scopo, sono stati presi in esame diversi modelli che consentono di prevedere il campo sonoro che si genera al di sopra di un materiale poroso quando viene eccitato da una sorgente puntiforme posta ad una certa distanza da esso [1].

In questo capitolo, tali modelli verranno analizzati e confrontati al fine di individuarne limiti e potenzialità.

#### 3.1. Modelli di previsione del campo sonoro

Diverse soluzioni sono state proposte, negli anni, per risolvere numericamente il problema del campo di pressione sonora generato da una sorgente puntuale al di sopra

di un materiale poroso. In particolare, in questo lavoro, ne sono stati presi in considerazione quattro: il modello di Nobile e Hayek [2], il modello di Di e Gilbert [3], il modello di Chien e Soroka [4] successivamente modificato da Li et al. [5] e, in fine, il modello di Allard et al. [6].

Questi sono stati messi a confronto con i risultati ottenuti attraverso simulazioni agli elementi finiti (FEM) nelle quali la velocità del suono complessa e la densità complessa per la simulazione del materiale poroso sono state calcolate con il modello di Delany e Bazley.

### 3.1.1. Modello di Nobile e Hayek

Uno dei modelli più utilizzati per prevedere il campo sonoro generato da una sorgente puntuale al di sopra di un materiale poroso poggiato su una superficie rigida e impervia è il modello di Nobile e Hayek.

Questo modello è stato sviluppato per materiali a reazione locale per i quali l'impedenza superficiale è costante lungo l'interfaccia aria-materiale ed è uguale all'impedenza superficiale normale (Eq. 2.7).

Il valore della pressione sonora in un punto  $R$  posto ad un'altezza  $z_r$  dalla superficie del materiale poroso è dato dalla seguente equazione:

$$p(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2} + \frac{4ik_0 \beta B e^{-ik_0 r_2}}{\beta + \cos(\vartheta_i)} \int_0^\infty \frac{e^{ik_0 r_2 (q^2 + 2Bq)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{q^2}{H}\right) - \left(\frac{2Bq}{H}\right)}} dq \right) \quad (3.1)$$

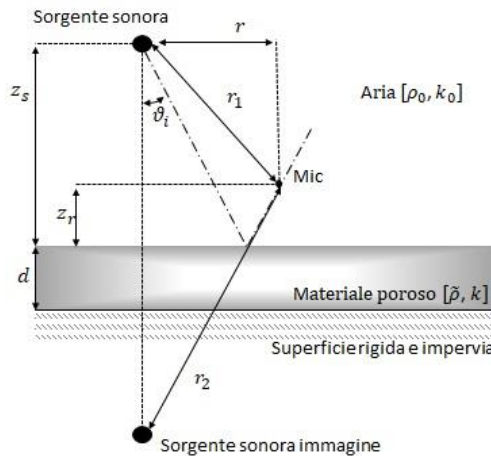
dove

$$B = i[1 + \beta \cos \vartheta_i - (1 - \beta)^{0.5} \sin \vartheta_i]^{0.5}$$

$$H = [1 + \beta \cos \vartheta_i - (1 - \beta)^{0.5} \sin \vartheta_i]^{0.5}$$

Il significato dei parametri presenti nell'equazione 3.1, così come quelli degli altri modelli, è mostrato nella figura 3.1. In particolare:  $r_1$  e  $r_2$  sono rispettivamente la distanza tra la sorgente e il punto ricevente e tra la sorgente immagine e il ricevitore,  $\beta = 1/Z_s$  è l'ammettenza acustica superficiale e  $D$  è un fattore che tiene conto del livello sonoro della sorgente.

In questo modello e in quelli che verranno mostrati di seguito, la pressione sonora totale sarà data dalla somma della pressione incidente, rappresentata dal primo termine dell'equazione 3.1 e la pressione sonora riflessa rappresentata, invece, dagli altri due termini.



**Figura 3.1** Schema di una sorgente sonora e un ricevitore su un materiale poroso posto su una superficie rigida e impervia

### 3.1.2. Modello di Di e Gilbert

Di e Gilbert diedero una formulazione alternativa per determinare il campo sonoro in una determinata posizione del ricevitore al di sopra di un materiale poroso. Essa si basa sulla trasformata di Laplace di una distribuzione di sorgente immagine e la pressione sonora totale risulta essere pari a:

$$p(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2} + 2\rho_0 k_0 c\beta \int_0^\infty e^{-k_0 \beta q} \frac{e^{ik_0 \sqrt{r^2 + (z_s + z_r - iq)^2}}}{\sqrt{r^2 + (z_s + z_r - iq)^2}} dq \right) \quad (3.2)$$

I parametri dell'equazione 3.2 hanno lo stesso significato di quelli dell'equazione 3.1. In particolare:  $r$  è la distanza orizzontale tra la sorgente sonora e il ricevitore,  $z_r$  e  $z_s$  sono, rispettivamente, l'altezza del ricevitore e della sorgente sonora dalla superficie del materiale poroso.

Anche in questo caso il modello è valido solo nel caso di materiale poroso a reazione locale.

### 3.1.3. Modello di Chien e Soroka

Partendo dalla rappresentazione del campo di pressione sonora riflesso calcolato per mezzo dell'integrale esatto di Sommerfeld e applicando il metodo della sottrazione dei poli, Chien e Soroka fornirono una soluzione per il campo di pressione sonora al di sopra di un materiale poroso a impedenza costante dato da:

$$p(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2} + [C_{r,piano} + (1 - C_{r,piano})]F(u) \right) \quad (3.3)$$

dove

$$F(u) = 1 + \sqrt{\pi} u e^{u^2} \operatorname{erfc}(-u)$$

$$u = e^{-i\frac{3}{4}\pi} \sqrt{\frac{k_0 r_2}{2}} \left( \cos \vartheta_i + \frac{Z_0}{Z_s} \right)$$

Questo modello è valido se si verificano le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned}
k_0 r_2 &\gg 1 \\
\cos \vartheta_i &\ll 1 \\
\frac{Z_0}{Z_s} &\ll 1
\end{aligned}$$

$C_{r,piano}$ , nell'equazione 3.3, è il coefficiente di riflessione piano calcolato considerando il valore dell'impedenza acustica normale e quindi indipendente dall'angolo di incidenza del suono (Eq. 2.7).

La modifica che apportarono Li et al. a questo modello è di considerare un'impedenza superficiale  $Z_s$  funzione dell'angolo d'incidenza (Eq. 2.21).

### 3.1.4. Modello di Allard

Il modello di previsione proposto da Allard et al., rispetto ai precedenti, è più generale in quanto non richiede nessuna assunzione sull'impedenza superficiale del materiale poroso.

La pressione sonora totale può essere calcolata attraverso la seguente formulazione:

$$\begin{aligned}
p(R) = & \frac{e^{-jk_0 r_1}}{r_1} - \frac{e^{-jk_0 r_2}}{r_2} \\
& + \int_0^\infty e^{-v_0(z_s+z_r)} \frac{2\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}v_0 + \rho_0 v_1 \tanh(v_1 d)} J_0(rk_r) k_r dk_r
\end{aligned} \tag{3.4}$$

dove

$$\begin{aligned}
v_0^2 &= (k_r^2 - k_0^2) \\
v_1^2 &= (k_r^2 - k^2)
\end{aligned}$$

con  $Re(v_0^2) > 0$  e  $Re(v_1^2) > 0$  e  $J_0$  è la funzione di Bessel di ordine 0.



### 3.2. Confronto tra i modelli

Il valore di pressione sonora fornito dai modelli di Nobile e Hayek, Di e Gilbert, Chien e Soroka e, infine, il modello di Allard richiede la risoluzione di un integrale. Questo è stato risolto attraverso una procedura realizzata in ambiente Matlab basata sulla funzione “quadgk” che utilizza il metodo di Gauss-Kronrod [7].

I risultati analitici così ottenuti sono stati messi a confronto con quelli ottenuti numericamente attraverso l'utilizzo di simulazioni agli elementi finiti (FEM) condotte con il software Comsol. Lo scopo è quello di investigare la validità dei modelli precedentemente introdotti effettuando un confronto tra i valori di pressione sonora calcolati analiticamente e quelli ottenuti attraverso le simulazioni numeriche.

Il vantaggio principale di utilizzare una tecnica FEM risiede nel fatto che è possibile simulare il comportamento del materiale poroso senza dover fare alcuna ipotesi sul valore dell'impedenza superficiale.

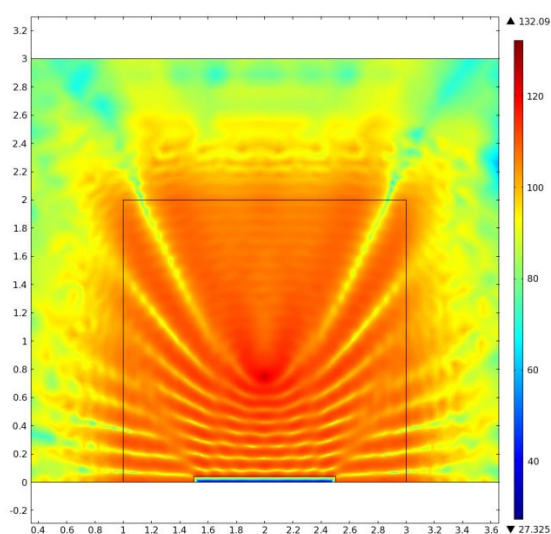
Nelle simulazioni, uno strato di materiale poroso sufficientemente esteso per eliminare gli effetti di bordo è stato disposto su una superficie rigida ed impervia. È stato necessario assegnare delle opportune condizioni al contorno a tutto l'ambiente circostante il materiale poroso per ricreare una condizione di campo sonoro libero. A tal fine, le pareti sono state simulate utilizzando il modello di fluido equivalente di Delany e Bazley. Affinché tali superfici avessero un coefficiente di assorbimento pari all'unità in tutto il range di frequenze considerato, è stato impostato uno spessore delle pareti di  $1m$  ed una resistività di  $800 \text{ rayl/m}$  per frequenze minori di  $500 \text{ Hz}$  e di  $1200 \text{ rayl/m}$  per valori di frequenze più elevate.

Le dimensioni interne dell'ambiente così simulato sono di  $4m \times 4m \times 2m$  mentre il materiale poroso ha una superficie di  $2m \times 2m$  e uno spessore di  $3cm$ . La mesh è stata costruita seguendo la regola di sei nodi per lunghezza d'onda ed opportunamente intensificata nelle zone in prossimità della sorgente sonora. Anche il materiale poroso è stato discretizzato utilizzando lo stesso criterio ma considerando la reale velocità del suono all'interno di esso.

I risultati sia numerici che analitici si riferiscono ad un materiale poroso rigido che è stato simulato utilizzando il modello di Delany e Bazley, di più facile applicazione in

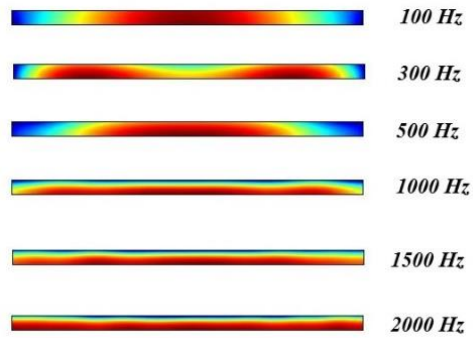
quanto richiede la conoscenza di un solo parametro, la resistività. Il materiale è stato ipotizzato avente una resistività pari a  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ .

Le simulazioni sono state condotte per diverse frequenze e diverse altezze della sorgente sonora. A titolo di esempio, ponendo la sorgente sonora ad una altezza pari a  $75 \text{ cm}$ , la figura 3.2 riporta, in scale di colori, il livello della pressione sonora in un piano trasversale al materiale poroso. È possibile notare come il fronte d'onda si propaga dalla sorgente al materiale e come esso viene riflesso dal materiale poroso. Inoltre è possibile apprezzare come le pareti dell'ambiente siano sufficientemente estese da assorbire senza riflettere tutta l'energia sonora incidente.



**Figura 3.2** Livello della pressione sonora ottenuto con il modello FEM

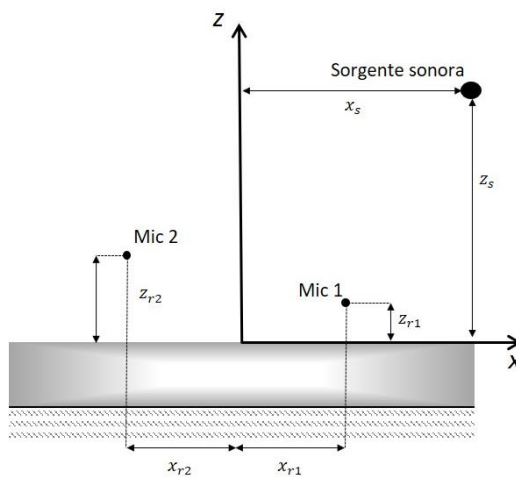
Nella figura 3.3 sono stati invece riportati gli andamenti del livello della pressione sonora all'interno del materiale poroso per diverse frequenze.



**Figura 3.3** Livello della pressione sonora all'interno del materiale poroso ottenuto con il modello FEM

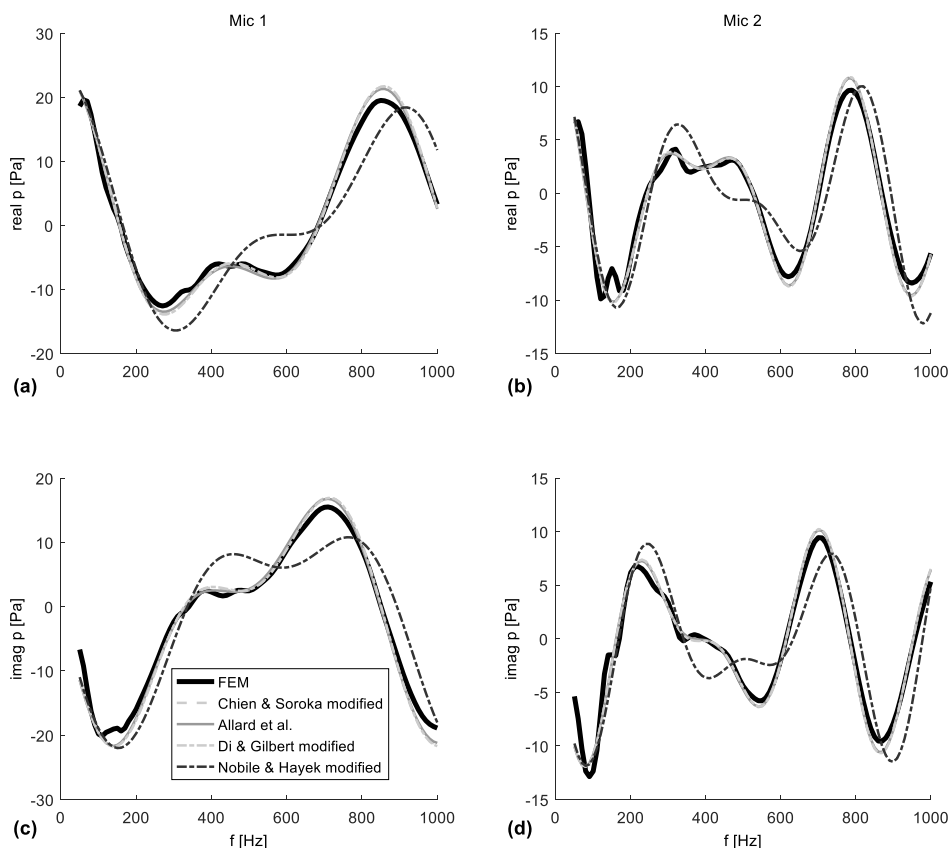
In questo caso è possibile apprezzare come, al crescere della frequenza, il fronte d'onda all'interno del materiale poroso tenda a diventare piano.

Per i confronti tra i valori numerici ottenuti con il modello FEM e quelli derivanti dai modelli analitici, la sorgente sonora è stata posta a una distanza  $x_s = 0.5745 \text{ m}$  dal centro del materiale e ad un'altezza pari a  $z_s = 0.4821 \text{ m}$  dalla superficie dello stesso. I valori della pressione sonora si riferiscono a due distinti punti riceventi posti rispettivamente a  $x_{r1} = 0.3 \text{ m}$  e  $x_{r2} = -0.3 \text{ m}$  dal centro del campione e a due diverse altezze pari rispettivamente a  $z_{r1} = 0.17 \text{ m}$  e  $z_{r1} = 0.37 \text{ m}$  dalla superficie del materiale poroso così come riportato in figura 3.4.



**Figura 3.4** Rappresentazione grafica del modello utilizzato per il confronto dei risultati analitici e numerici

In figura 3.5 si riporta il confronto in termini di parte reale ed immaginaria, della pressione sonora ottenuta con il modello FEM e quelli derivanti dai quattro modelli prima citati. In questo caso, per tutti i modelli ad eccezione di quello di Allard, è stato considerato un valore di impedenza superficiale dipendente dall'angolo di incidenza.



**Figura 3.5** Confronto tra la pressione sonora al di sopra del materiale poroso rigido valutata con il modello FEM e i quattro modelli analitici considerati

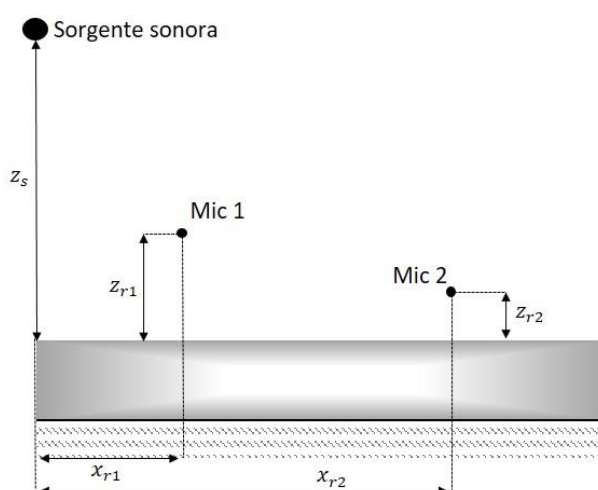
Dal confronto dei risultati in figura 3.5 si evince che tutti i modelli analitici considerati, fatta eccezione per il modello di Nobile e Hayek, ben si prestano alla previsione del campo sonoro.

Gli errori legati all'utilizzo del modello di Nobile e Hayek possono essere dovuti al fatto che tale modello risente maggiormente dell'ipotesi di materiale a reazione locale. Inoltre, è quello che più degli altri è influenzato dalla posizione della sorgente rispetto al ricevitore. Infatti, è possibile osservare che all'aumentare di tale distanza le differenze tendono a diminuire.

Invece, si è riscontrata una buona corrispondenza tra i valori della pressione sonora ottenuti con gli altri tre modelli analitici considerati e quelli ottenuti con le simulazioni FEM pur presentando delle piccole differenze legate al fatto che i modelli analitici considerano un materiale di dimensioni infinite e non tengono conto degli effetti di bordo.

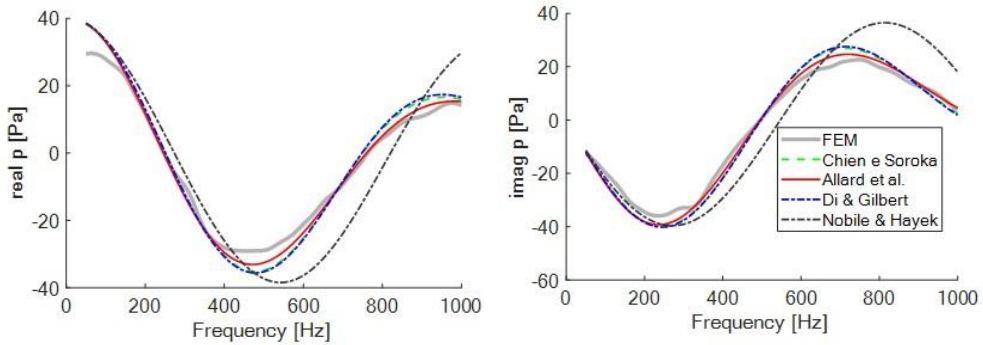
Per mettere in luce le differenze tra questi modelli e quindi identificare quello che meglio riesce a simulare il campo sonoro che si genera al di sopra del materiale poroso quando questo è eccitato da una sorgente sonora generica si è resa necessaria un'analisi più approfondita.

Sono stati, quindi, effettuati degli ulteriori confronti facendo sempre riferimento a simulazioni FEM ma, in questo caso è stato considerato lo schema riportato in figura 3.6.



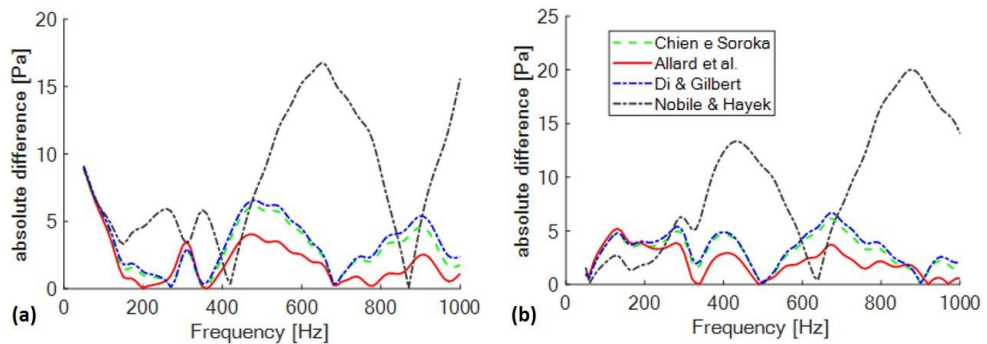
**Figura 3.6** Rappresentazione grafica del modello utilizzato per il confronto dei risultati analitici e numerici

Anche in questo caso, il materiale è stato ipotizzato avente una resistività pari a  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$  e uno spessore  $d = 3 \text{ cm}$  mentre la sorgente non è più posizionata nel centro del materiale ma ad una sua estremità e distante dalla superficie del materiale  $z_s = 30 \text{ cm}$ . I due punti di misura si trovano a due diverse altezze pari rispettivamente a  $z_{r_1} = 3 \text{ cm}$  e  $z_{r_2} = 1 \text{ cm}$  e distanti dalla sorgente:  $x_{r_1} = 10 \text{ cm}$  il primo microfono e  $x_{r_2} = 90 \text{ cm}$  il secondo.



**Figura 3.7** Confronto tra la pressione sonora al di sopra del materiale poroso valutata con il modello FEM e i quattro modelli analitici considerati nel punto di misura Mic 1

In figura 3.7 si riporta il confronto, in termini di parte reale ed immaginaria, della pressione sonora ottenuta con il modello FEM e quelli derivanti dai quattro modelli prima citati valutata nel punto di misura denominato Mic 1 in figura 3.6.

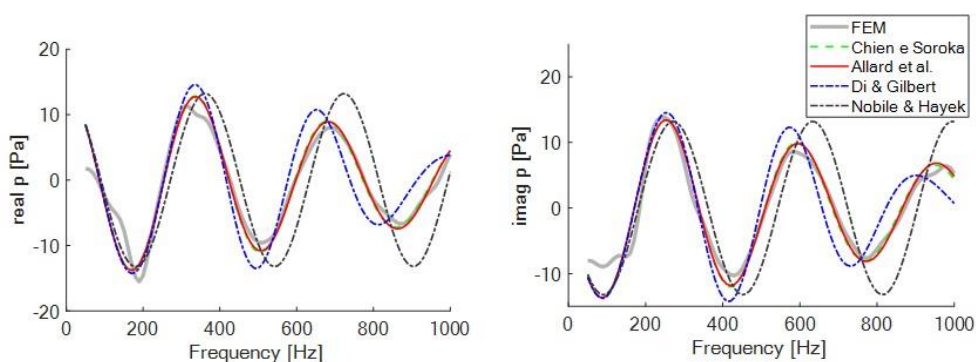


**Figura 3.8** Differenze tra la parte reale (a) e la parte immaginaria (b) della pressione sonora valutata con il modello FEM e i quattro modelli analitici considerati nel punto di misura Mic 1

La figura 3.8 (a) riporta l'andamento delle differenze, in valore assoluto, tra la parte reale della pressione sonora valutata con i quattro modelli analitici e quella valutata con le simulazioni agli elementi finiti. La figura 3.8 (b) riporta le differenze riscontrate sul valore della parte immaginaria della pressione sonora.

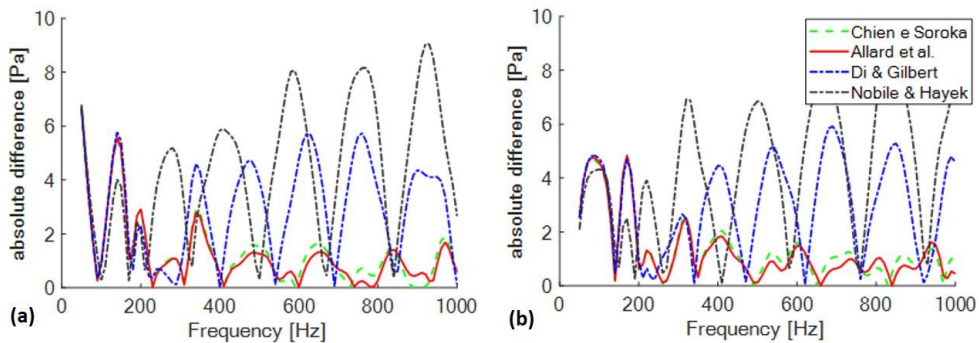
Come è possibile vedere dai grafici, il modello di Nobile e Hayek è ancora il modello che si allontana maggiormente da quello che dovrebbe essere il campo sonoro reale ma, a differenza dell'analisi condotta in precedenza, risulta più chiaro che il modello di Allard è quello che presenta valori delle differenze più piccoli rispetto al modello di Di e Gilbert e il modello di Chien e Soroka.

Il confronto effettuato nel punto di misura indicato come Mic 2 in figura 3.6 non fa altro che confermare quanto si è appena detto.



**Figura 3.9** Confronto tra la pressione sonora al di sopra del materiale poroso valutata con il modello FEM e i quattro modelli analitici considerati nel punto di misura Mic 2

In particolare, dalla figura 3.10, che riporta le differenze tra i valori di pressioni valutati con le simulazioni FEM e quelli valutati utilizzando i modelli numerici, si evince che, man mano che il punto di misura si allontana dalla sorgente sonora il modello di Nobile e Hayek e il modello di Di e Gilbert tendono sempre più ad allontanarsi dalla soluzione reale fornita dalle simulazioni. Le soluzioni ottenute con il modello di Chien e Soroka tendono ad avvicinarsi a quelle ottenute con il modello di Allard ma quest'ultimo continua ad essere quello che permette di ottenere valori di pressione più prossimi ai valori ottenuti con le simulazioni FEM.



**Figura 3.10** Differenze tra la parte reale (a) e la parte immaginaria (b) della pressione sonora valutata con il modello FEM e i quattro modelli analitici considerati nel punto di misura Mic 2

Questi risultati, quindi, mostrano chiaramente che il modello di Allard è quello che meglio si presta per la simulazione del campo di pressione sonora e pertanto l'attenzione sarà concentrata su tale modello.

### 3.3. Validazione del modello di Allard

Attraverso il confronto con i risultati numerici, il modello di Allard è risultato il più adatto per la previsione del campo sonoro che si realizza su di un materiale poroso a scheletro rigido quando viene eccitato da una sorgente sonora puntiforme.

Per convalidare l'effettiva validità del modello sono state condotte anche delle misure sperimentali su diverse tipologie di materiali porosi.

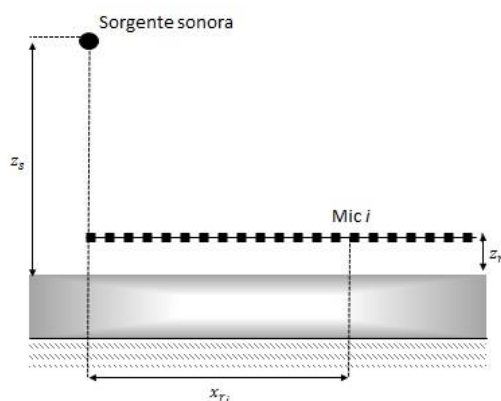
I parametri caratteristici dei materiali in prova sono riportati nella tabella 3.1.

**Tabella 3.1** Parametri caratteristici dei materiali porosi

	$\sigma[\text{rayl/m}]$	$\alpha$	$\Lambda_t[\mu\text{m}]$	$\Lambda_v[\mu\text{m}]$	$d[\text{cm}]$
<b>Schiuma A</b>	6340	1.33	287	132	3
<b>Schiuma B</b>	4560	1.05	315	103	25
<b>Fibra A</b>	7480	-	-	-	7
<b>Fibra B</b>	13490	-	-	-	8.1
<b>Fibra C</b>	11760	-	-	-	5.2

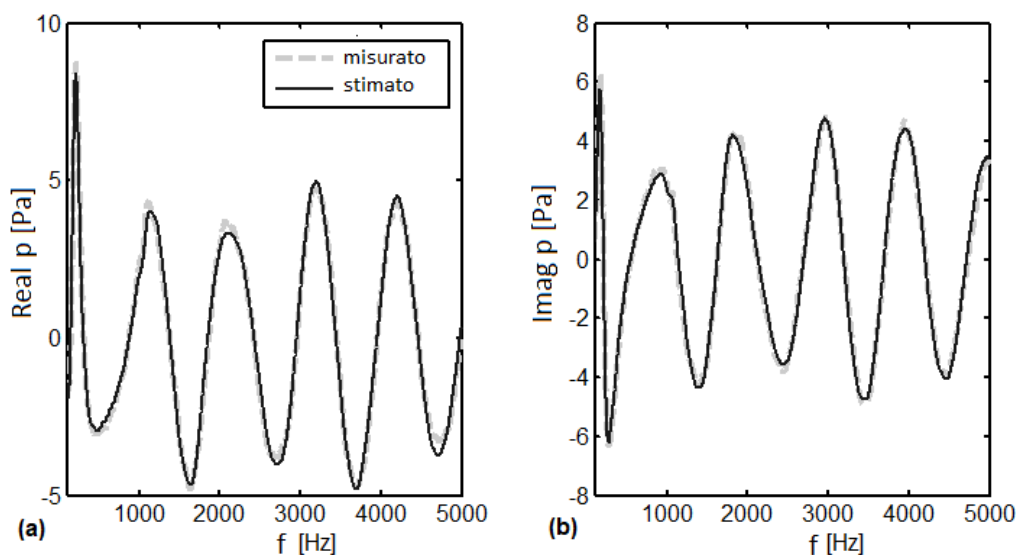


Essi sono stati valutati attraverso misure nel tubo ad impedenza così come descritto in precedenza. Si tratta di materiali aventi caratteristiche molto diverse tra loro in modo da rendere quanto più generale l'analisi condotta. In particolare, i materiali denominati “Schiuma A” e “Schiuma B” sono pannelli in schiuma poliuretanica e sono stati simulati con il modello di Johnson Champoux Allard, mentre gli altri sono pannelli in fibra di vetro e sono stati simulati con il modello di Delany e Bazley. Le misure sperimentali sono state condotte nella camera semi-anecoica dell'Istituto di Acustica Tecnica di Aachen (Germania) utilizzando un array di 32 microfoni posto ad un'altezza di  $z_r = 1\text{cm}$  dalla superficie del materiale e una sorgente sonora posta ad una quota pari a  $z_s = 30\text{cm}$ .

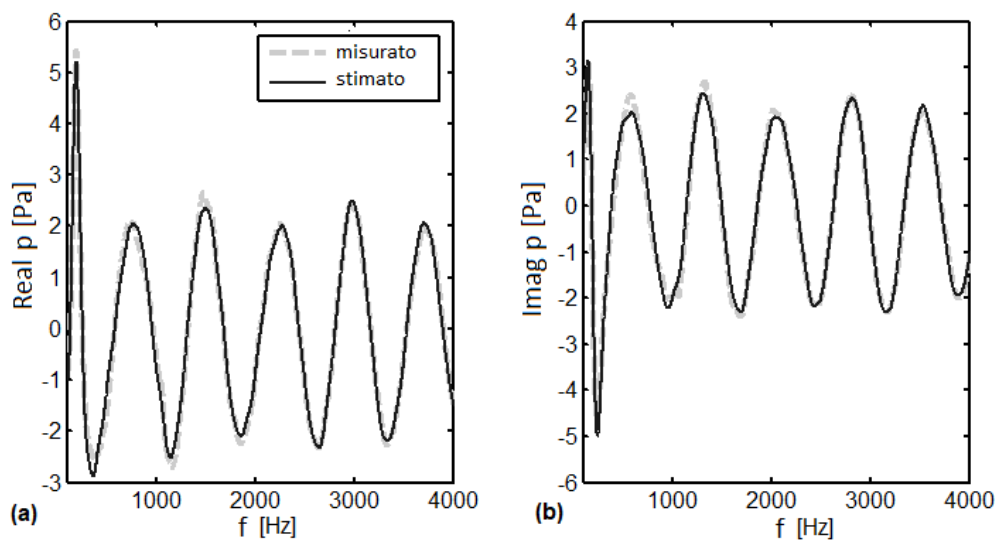


**Figura 3.11** Rappresentazione schematica del setup di misura

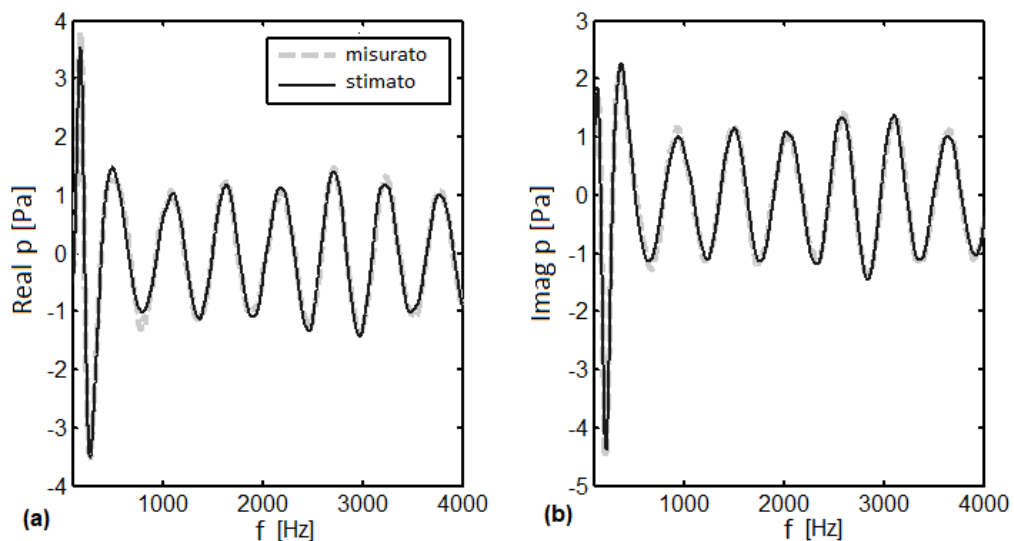
Nelle figure che seguono è riportato il confronto tra la parte reale e immaginaria della pressione sonora ottenuta analiticamente con il modello di Allard e quella valutata sperimentalmente. In particolare ogni figura si riferisce a un diverso materiale e a diverse postazioni microfoniche in modo da avere una visione globale anche per quanto riguarda l'influenza dell'angolo d'incidenza. La direttività della sorgente sonora è stata opportunamente tenuta in conto mediante una fase preliminare di taratura [8].



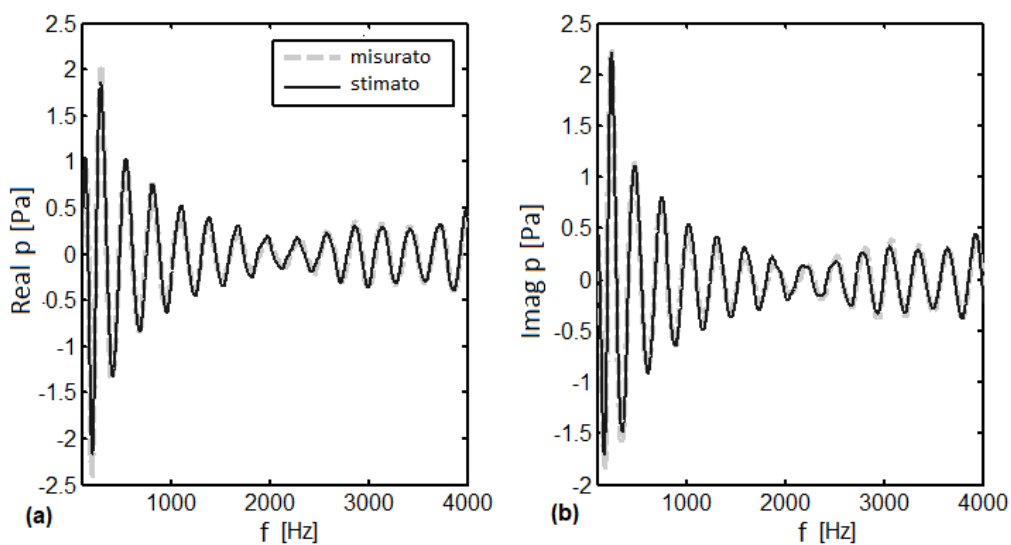
**Figura 3.12** Confronto della parte reale (a) e della parte immaginaria (b) della pressione sonora misurata al quinto microfono e relativa al materiale "Fibra A"



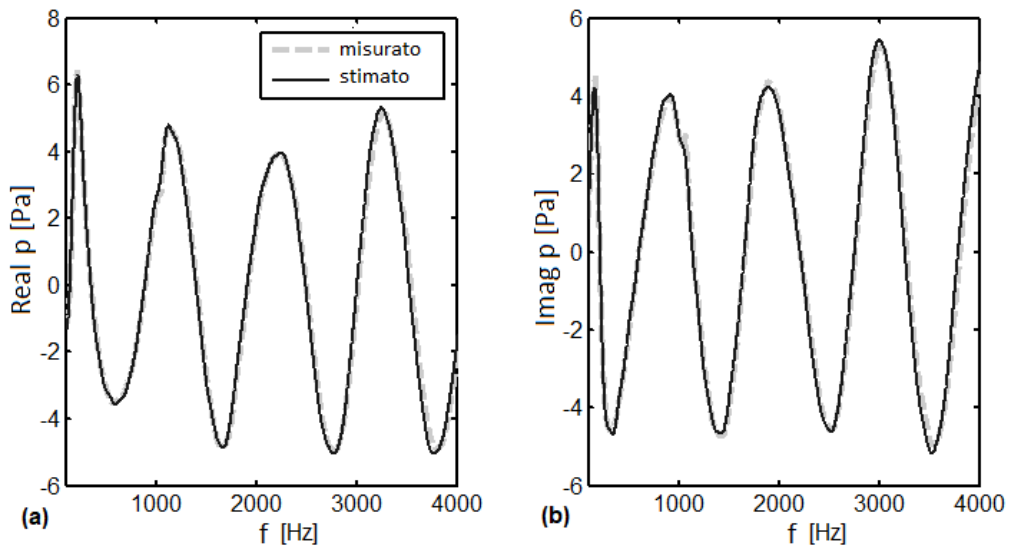
**Figura 3.13** Confronto della parte reale (a) e della parte immaginaria (b) della pressione sonora misurata al decimo microfono e relativa al materiale "Fibra B"



**Figura 3.14** Confronto della parte reale (a) e della parte immaginaria (b) della pressione sonora misurata al quindicesimo microfono e relativa al materiale "Fibra C"



**Figura 3.15** Confronto della parte reale (a) e della parte immaginaria (b) della pressione sonora misurata al trentesimo microfono e relativa al materiale "Schiuma A"



**Figura 3.16** Confronto della parte reale (a) e della parte immaginaria (b) della pressione sonora misurata al quinto microfono e relativa al materiale "Schiuma B"

Anche da questo confronto si evince che il modello di Allard, se sono noti i parametri caratteristici dei materiali porosi, riesce a prevedere in modo soddisfacente il campo sonoro. Delle piccole differenze sono visibili alle basse frequenze dovute, anche in questo caso, agli effetti di bordo che non sono tenuti in conto nel modello di Allard.

## Bibliografia

- [1] Dragonetti R., Romano R., *Consideration on the sound absorption of non locally reacting porous layers*, Applied Acoustics, **87** (2015), pp. 46-56
- [2] Nobile M.A., Hayek S.I., *Acoustic propagation over an impedance plane*, The Journal of the Acoustical Society of America, **78** (1985), pp. 1325-1336
- [3] Di X., Gilbert K., *An exact Laplace transform formulation for a point source above a ground surface*, The Journal of the Acoustical Society of America, **93** (1993), pp. 714-720
- [4] Chien C., Soroka W., *Sound propagation along an impedance plane*, Journal of Sound and Vibration, **43** (1975), pp. 9-20
- [5] Li K.M., Waters-Fuller T., Attenborough K., *Sound propagation from a point source over extender-reaction ground*, The Journal of the Acoustical Society of America, **104** (1998), pp. 679-685
- [6] Allard J.F., Lauriks W., Verhaegen C., *The acoustic sound field above a porous layer and the estimation of the acoustic surface impedance from free-field measurement*, The Journal of the Acoustical Society of America, **91** (1992), pp. 3057-3060
- [7] Shampine L.F., *Vectorized Adaptive Quadrature in MATLAB*, Journal of Computational and Applied Mathematics, **211** (2008), pp. 131-140
- [8] Dragonetti R., Opdan R., Napolitano M., Romano R., Vorländer M., *Effects of the Wave Front on the acoustic reflection coefficient*, Acta Acustica United with Acustica, **102** (2016), pp. 675-687

## Capitolo 4

### **Confronto numerico e sperimentale tra il coefficiente di riflessione sferico e il coefficiente di riflessione piano**

Nel capitolo precedente, è stato verificato e validato che attraverso il modello di Allard è possibile determinare il campo di pressione sonora che si genera al di sopra di un materiale poroso quando questo interagisce con un campo sonoro esterno. È stato visto che, se sono noti i parametri caratteristici del materiale poroso e senza alcuna ipotesi sul suo comportamento acustico, il modello di Allard è in grado di prevedere il valore della pressione sonora in qualunque punto al di sopra del materiale e, in particolare, consente di separare l'aliquota della pressione sonora incidente da quella riflessa.

Esso, quindi, risulta essere un valido strumento per la stima del coefficiente di riflessione complesso di un materiale poroso quando su di esso agisce un campo sonoro generato da una sorgente puntiforme. È vero che considerare un campo sonoro sferico è una semplificazione rispetto a quello che si riscontra nelle applicazioni reali ma è, comunque, una situazione più corrispondente alla realtà rispetto al caso di campo sonoro piano.

In questo capitolo sarà mostrato il confronto tra il coefficiente di riflessione piano e quello sferico di un materiale poroso posto su una superficie rigida e impervia [1]. In particolare, sarà fatto un confronto sia teorico che sperimentale variando le caratteristiche del materiale, la posizione della sorgente, la frequenza e quindi il fronte d'onda che incide sul materiale.

Lo scopo è quello di evidenziare le differenze che vi sono tra il coefficiente di riflessione sferico e quello valutato secondo la teoria di onda piana e, soprattutto, di studiare l'influenza che i suddetti parametri hanno sul coefficiente di riflessione.

#### 4.1. Confronto numerico

Il coefficiente di riflessione complesso sferico, come già detto in precedenza, può essere calcolato come rapporto tra la pressione riflessa e la pressione incidente valutata in corrispondenza della superficie del materiale poroso:

$$C_{r,sferico} = \frac{p_{rif}}{p_{inc}} \quad (4.1)$$

Tali valori di pressione sono stati valutati utilizzando il modello di Allard secondo il quale la pressione totale in un generico punto  $R$  al di sopra del materiale poroso può essere calcolata attraverso la relazione:

$$p(R) = \frac{e^{-jk_0 r_1}}{r_1} - \frac{e^{-jk_0 r_2}}{r_2} + \int_0^\infty e^{-\nu_0(z_s+z_r)} \frac{2\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}\nu_0 + \rho_0\nu_1 tgh(\nu_1 d)} J_0(rk_r) k_r dk_r \quad (4.2)$$

in cui il primo termine rappresenta la pressione incidente mentre i restanti due la pressione riflessa.

Il valore del coefficiente di riflessione così ottenuto è stato messo a confronto con quello calcolato utilizzando il modello di onda piana:

$$C_{r,piano}(\vartheta_i) = \frac{Z_s(\vartheta_i) - \frac{Z_0}{\cos \vartheta_i}}{Z_s(\vartheta_i) + \frac{Z_0}{\cos \vartheta_i}} \quad (4.3)$$

Il coefficiente di riflessione piano è stato calcolato sia nell'ipotesi di materiale a reazione locale e quindi ipotizzando un valore di impedenza acustica superficiale costante e indipendente dall'angolo d'incidenza:

$$Z_s = -i \frac{Z_c}{\phi} \cot(kd) \quad (4.4)$$

sia nell'ipotesi di materiale a reazione non locale, per cui non solo il coefficiente di riflessione, ma anche l'impedenza superficiale varia al variare dell'angolo d'incidenza.

$$Z_s = -i \frac{Z_c k}{k_x \phi} \cot(k_x d) \quad (4.5)$$

Il modello di Delany e Bazley è stato utilizzato per calcolare l'impedenza caratteristica  $Z_c$  e il numero d'onda complesso del materiale  $k$  in modo da considerare un solo parametro: la resistività al flusso d'aria.

I risultati mostrati in figura 4.1 si riferiscono a un materiale avente spessore di  $d = 5 \text{ cm}$  e una reistività  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$  che rappresenta un tipico valore di un materiale poroso a bassa resistività che generalmente viene usato in applicazioni acustiche. In particolare, i risultati mostrano un confronto tra i coefficienti di riflessione per due angoli d'incidenza pari rispettivamente a  $0^\circ$  e  $45^\circ$ .

Il coefficiente di riflessione calcolato utilizzando la distribuzione di pressione sonora ottenuta con il modello di Allard si riferisce a diversi valori di  $r_1$ , ossia a diversi valori della distanza tra la sorgente sonora e il punto ricevente. In questo modo è possibile valutare l'influenza che la posizione della sorgente sonora ha sul coefficiente di riflessione.

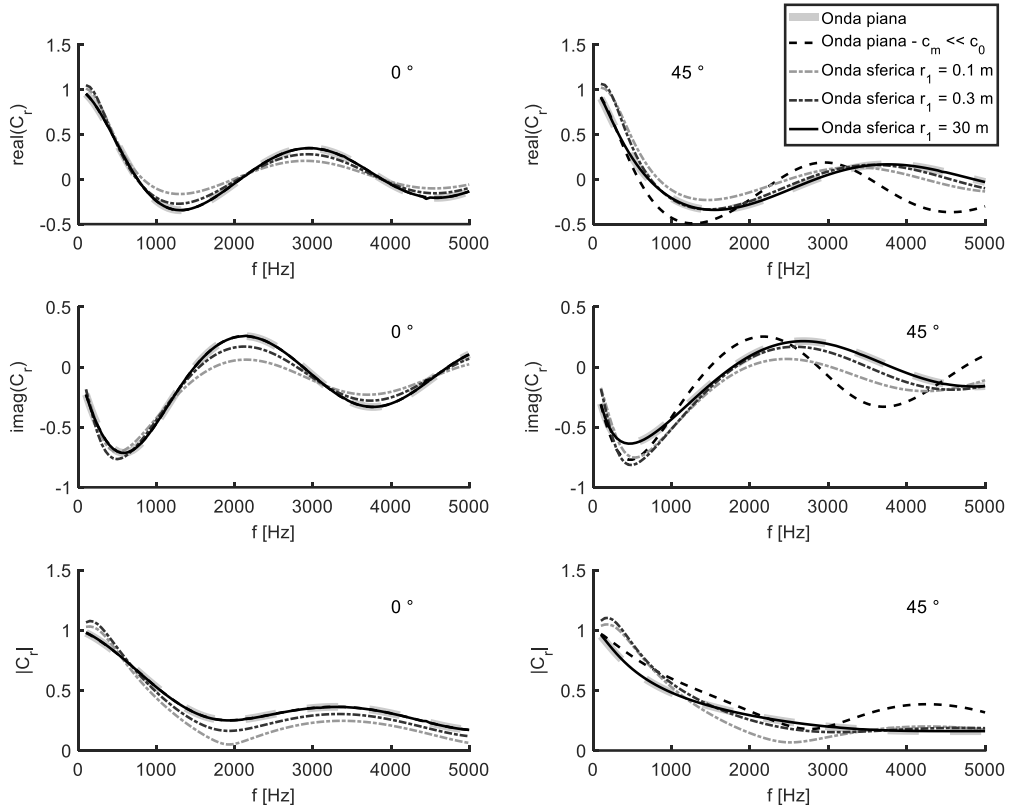
Dalla figura 4.1 è possibile notare che, quando l'angolo d'incidenza è zero, i valori dell'impedenza acustica superficiale forniti dalle equazioni 4.4 e 4.5 sono gli stessi e quindi anche i coefficienti di riflessione coincidono. Per altri valori dell'angolo d'incidenza, per esempio  $45^\circ$ , essi differiscono.

Il coefficiente di riflessione  $C_{r,sferico}$  ottenuto con l'equazione 4.2 differisce dal valore teorico  $C_{r,piano}$  quando la sorgente si trova vicina alla superficie del materiale,



quindi per bassi valori di  $r_1$ . Quando tale distanza aumenta, le differenze tra il modello di onda piana e quello di onda sferica diminuiscono.

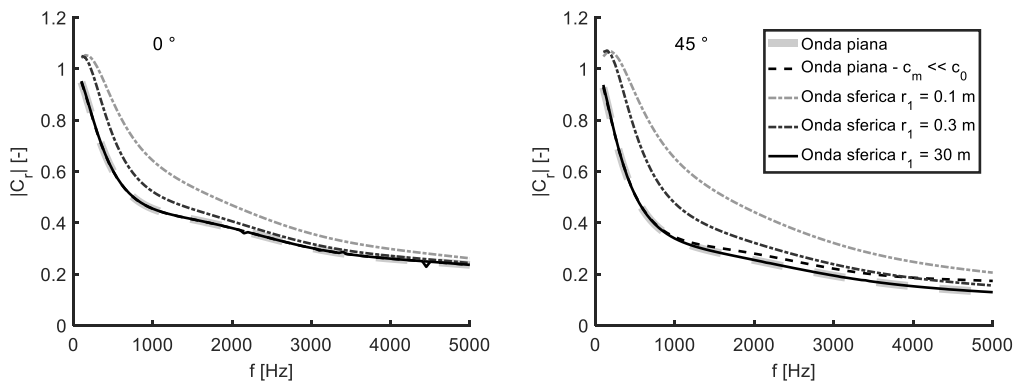
Fissata una posizione della sorgente, le differenze tra i coefficienti tendono a diminuire all'aumentare della frequenza in quanto il campo sonoro tende a diventare piano (il prodotto  $k_0 r_1$  tende a valori più elevati).



**Figura 4.1** Confronto tra la parte reale, la parte immaginaria e il valore assoluto del coefficiente di riflessione piano e sferico per un materiale avente  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$

La figura 4.2 mostra lo stesso confronto per un materiale avente resistività pari a  $\sigma = 50000 \text{ rayl/m}$ . In questo caso si riporta solo il confronto in termini di valore assoluto del coefficiente di riflessione.

È possibile notare che, per tale valore di resistività, i valori del coefficiente di riflessione piano calcolati utilizzando le equazioni 4.4 e 4.5, coincidono anche per angoli d'incidenza diversi da zero. In particolare, come si evince chiaramente dai risultati ottenuti per un angolo d'incidenza di  $45^\circ$ , alle basse frequenze questi due valori sono praticamente gli stessi in quanto l'angolo di rifrazione  $\vartheta_t$  tende a zero. Tale risultato è una conferma di quanto già detto e cioè che all'aumentare della resistività del materiale, esso tende ad avere un comportamento a reazione locale. Invece, nel range delle frequenze medio-alte, sono ancora visibili delle differenze legate al fatto che il valore della resistività non è sufficientemente elevato. Comunque, anche in questo caso, il coefficiente di riflessione sferico risulta differente da quello piano quando la sorgente sonora si trova molto vicino alla superficie del materiale.

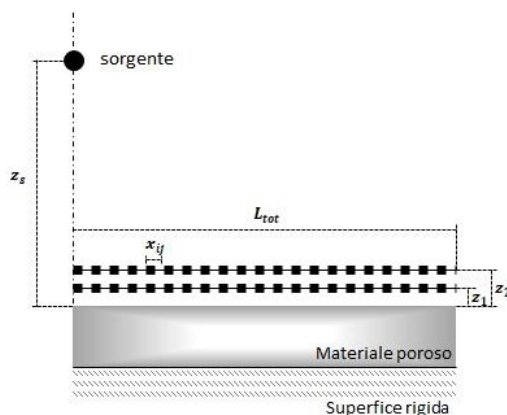


**Figura 4.2** Confronto tra il valore assoluto del coefficiente di riflessione piano e sferico per un materiale avente  $\sigma = 50000 \text{ rayl/m}$

## 4.2. Confronto sperimentale

Il coefficiente di riflessione sferico ottenuto utilizzando i valori di pressione calcolati con il modello di Allard è stato messo a confronto con il coefficiente di riflessione piano ottenuto sperimentalmente utilizzando il metodo di Tamura.

La distribuzione di pressione sonora necessaria per l'applicazione di tale metodo è stata misurata utilizzando il sistema di misura realizzato nella camera semianecoica dell'Istituto di Acustica Tecnica di Aachen (ATI) che è stato già descritto in precedenza e di cui si riporta lo schema per comodità (Fig. 4.3).



**Figura 4.3** Schema del sistema di misura realizzato presso l'ATI

L'array microfonico è stato posto a  $z_1 = 1 \text{ cm}$  e  $z_2 = 2 \text{ cm}$ . La sorgente a  $z_s = 30 \text{ cm}$  dalla superficie del materiale.

I materiali porosi di cui è stato calcolato il coefficiente di riflessione sono gli stessi di quelli utilizzati per la validazione del modello di Allard. In particolare si tratta dei materiali denominati “Fibra A”, “Schiuma A” e “Schiuma B” i cui parametri caratteristici sono riportati nella tabella che segue:

**Tabella 4.1** Parametri caratteristici dei materiali porosi

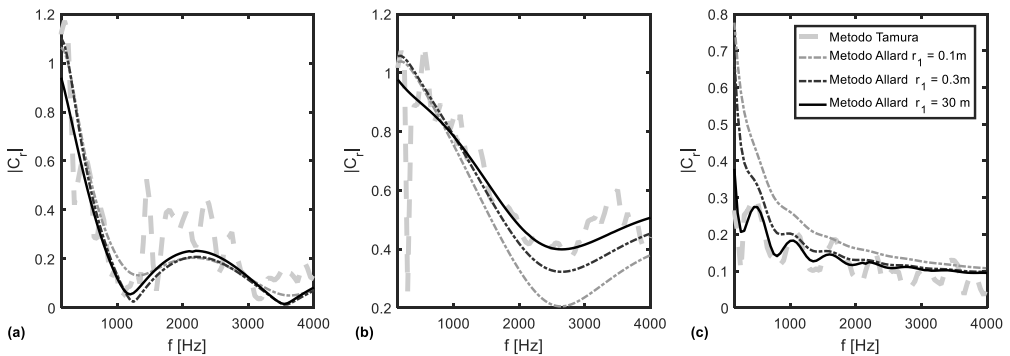
	$\sigma[\text{rayl/m}]$	$\alpha$	$\Lambda_t[\mu\text{m}]$	$\Lambda_v[\mu\text{m}]$	$d[\text{cm}]$
<b>Schiuma A</b>	6340	1.33	287	132	3
<b>Schiuma B</b>	4560	1.05	315	103	25
<b>Fibra A</b>	7480	-	-	-	7

Essi sono stati simulati utilizzando il modello di Delany e Bazley, nel caso del materiale in fibre di vetro, e con il modello di Johnson Champoux Allard, nel caso dei materiali in schiuma poliuretanica.

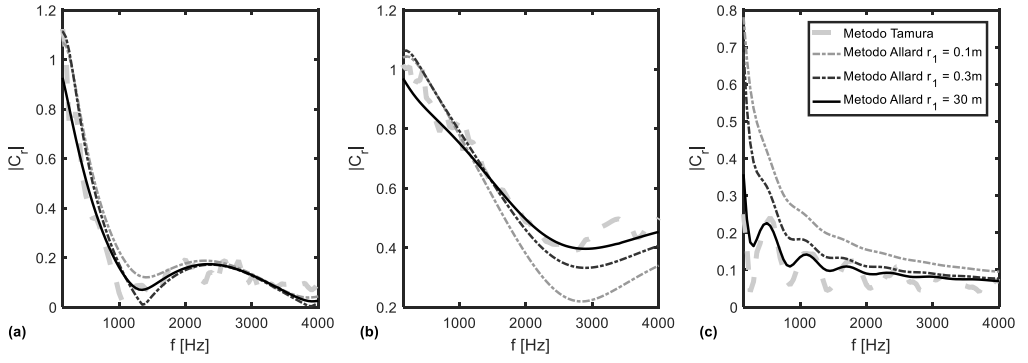
I risultati mostrati nelle figure che seguono riportano il confronto in termini di valore assoluto del coefficiente di riflessione per i tre materiali considerati e ogni figura si riferisce ad un diverso angolo d'incidenza:  $7.4^\circ$ ,  $26.8^\circ$ ,  $45.2^\circ$  e  $75.4^\circ$ . Tali angoli sono stati calcolati secondo la relazione fornita da Tamura [2]:

$$\vartheta_i = \sin^{-1}(k_{0,r}/k_0)$$

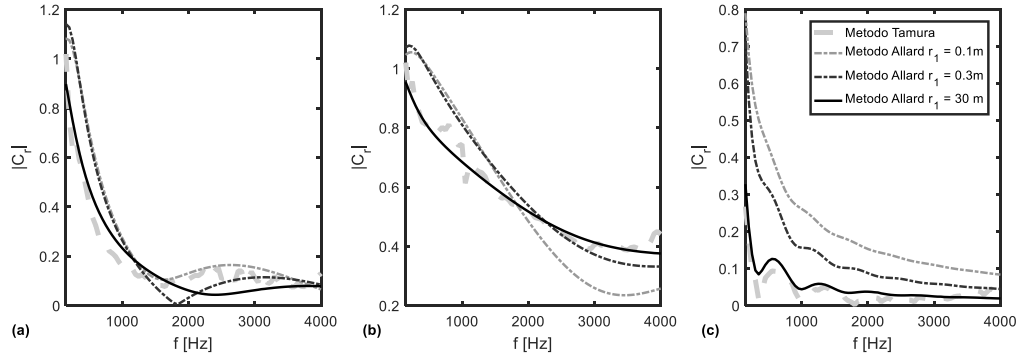
secondo la quale l'angolo d'incidenza è funzione del numero d'onda in aria  $k$  e della sua componente radiale  $k_{0,r}$ .



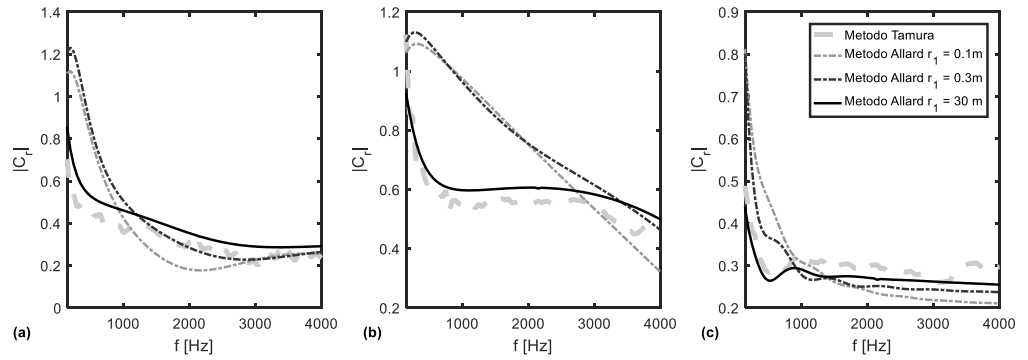
**Figura 4.4** Confronto tra coefficienti di riflessione sferico e piano del materiale Fibra A (a), Schiuma A (b) e Schiuma B (c) per un angolo d'incidenza  $\vartheta_i = 7.4^\circ$



**Figura 4.5** Confronto tra coefficienti di riflessione sferico e piano del materiale Fibra A (a), Schiuma A (b) e Schiuma B (c) per un angolo d'incidenza  $\vartheta_i = 26.8^\circ$



**Figura 4.6** Confronto tra coefficienti di riflessione sferico e piano del materiale Fibra A (a), Schiuma A (b) e Schiuma B (c) per un angolo d'incidenza  $\vartheta_i = 45.2^\circ$



**Figura 4.7** Confronto tra coefficienti di riflessione sferico e piano del materiale Fibra A (a), Schiuma A (b) e Schiuma B (c) per un angolo d'incidenza  $\vartheta_i = 75.4^\circ$

Dalle figure si vede che, fissato il materiale, la variazione della posizione della sorgente  $r_1$  ha diversi effetti al variare dell'angolo d'incidenza. In particolare, per  $z_1 = 30\text{ cm}$ , in quasi tutti i casi, tenendo anche in conto delle fluttuazioni a cui è soggetto il metodo di Tamura già precedentemente analizzate, le differenze tra il coefficiente di riflessione piano e quello sferico tendono a diminuire in quanto il campo sonoro tende a divenire piano.

È possibile notare che le differenze cominciano ad essere significative quando la sorgente si trova molto vicino alla superficie del materiale e tali differenze sono diverse a seconda del tipo di materiale.

È possibile, infine affermare che le minori differenze sono riscontrate nel caso della “Schiuma B” che presenta uno spessore più grande rispetto agli altri due materiali. Questo è dovuto al fatto che aumentando lo spessore diminuisce l'aliquota di pressione riemergente dal materiale.

## **Bibliografia**

- [1] Dragonetti R., Opdan R., Napolitano M., Romano R., Vorländer M., *Effects of the Wave Front on the acoustic reflection coefficient*, Acta Acustica United with Acustica, **102** (2016), pp. 675-687
- [2] Tamura M., *Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficient at oblique incidence. I: Theory and numerical examples*, The Journal of the Acoustical Society of America, **88** (1990), pp. 2259-2264

## **Capitolo 5**

### **Considerazioni numeriche sul campo sonoro riflesso**

Nel precedente capitolo è stato possibile osservare che esistono delle notevoli differenze tra il coefficiente di riflessione calcolato con il modello piano e quello calcolato con un modello ad onda sferica soprattutto se la sorgente sonora è molto prossima al materiale poroso in esame.

Come è ampiamente stato illustrato nel capitolo 2, si parla di coefficiente di riflessione piano se è possibile considerare un unico valore di impedenza superficiale per tutta la superficie del materiale. Ipotesi che nella realtà si realizza solo nel caso in cui il materiale è a reazione locale a prescindere dal fronte d'onda.

Tale ipotesi è, a volte, utilizzata se si vuole ridurre la complessità del problema. Infatti sia l'impedenza superficiale che il coefficiente di riflessione sono grandezze che in generale variano su tutta la superficie del materiale e tale variazione, come si è detto, dipende anche dalla posizione della sorgente sonora.

Obiettivo di questo capitolo, è indagare l'influenza, sul campo sonoro, di differenti condizioni al contorno applicate ad un materiale poroso supposto di dimensioni infinite (per non tenere in conto gli effetti di bordo), disposto su una superficie rigida e impervia e nell'ipotesi di campo libero (in modo da escludere le interazioni con le pareti dell'ambiente).

In particolare si vuole soffermare l'attenzione sull'influenza della condizione di impedenza superficiale e trovare un metodo per descrivere in maniera sintetica le differenze. Per questo sono stati utilizzati i modelli analitici descritti nel capitolo 3.

#### **5.1. Simulazioni numeriche**

Per simulare il campo sonoro, escludendo il caso più semplice e meno realistico di campo sonoro piano, sono stati presi in considerazione due dei modelli visti in precedenza: il modello di Di e Gilbert e il modello di Allard.



Il primo è stato scelto in quanto ha come ipotesi che il materiale poroso abbia un comportamento a reazione locale. Quindi, l'impedenza superficiale che compare nell'espressione della pressione

$$p(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2} + 2\rho_0 k_0 c \beta \int_0^\infty e^{-k_0 \beta q} \frac{e^{ik_0 \sqrt{r^2 + (z_s + z_r - iq)^2}}}{\sqrt{r^2 + (z_s + z_r - iq)^2}} dq \right) \quad (5.1)$$

attraverso il termine  $\beta = 1/Z_s$ , assume un valore costante su tutta la superficie e pari a:

$$Z_s = -i \frac{Z_c}{\phi} \cot(kd) \quad (5.2)$$

Il modello di Allard è stato scelto perché, a differenza del precedente, non richiede alcuna ipotesi sul valore dell'impedenza superficiale del materiale poroso, ma in questo caso il valore di pressione

$$p(R) = \frac{e^{-jk_0 r_1}}{r_1} - \frac{e^{-jk_0 r_2}}{r_2} + \int_0^\infty e^{-\nu_0(z_s + z_r)} \frac{2\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}\nu_0 + \rho_0\nu_1 tgh(\nu_1 d)} J_0(rk_r) k_r dk_r \quad (5.3)$$

dipende dai parametri caratteristici del materiale attraverso la densità complessa  $\tilde{\rho}$  ed il numero d'onda  $k$  attraverso la relazione:

$$\nu_1^2 = (k_r^2 - k^2)$$

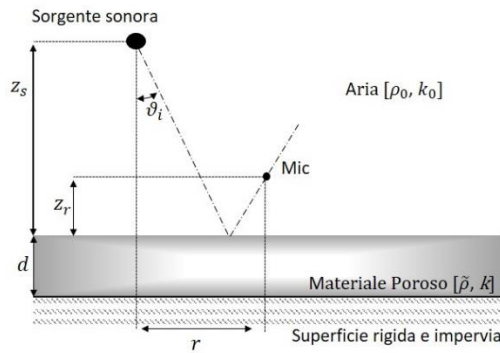
In questo caso, l'impedenza superficiale può essere calcolata, una volta noto il campo di pressione e velocità che secondo il modello di Allard è pari a:

$$u_z(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_1}}{r_1^2} (z_s - z_r) \left( \frac{1}{r_1} + ik_0 \right) + \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2^2} (z_s + z_r) \left( \frac{1}{r_2} + ik_0 \right) - \int_0^\infty e^{-v_0(z_s+z_r)} \frac{2v_0 \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}v_0 + \rho_0 v_1 \tanh(v_1 d)} J_0(rk_r) k_r dk_r \right) \quad (5.4)$$

come rapporto tra la pressione totale e la componente ortogonale alla superficie del materiale della velocità (Eq. 1.12) ed è possibile dimostrare che essa varia su tutta la superficie del materiale [1].

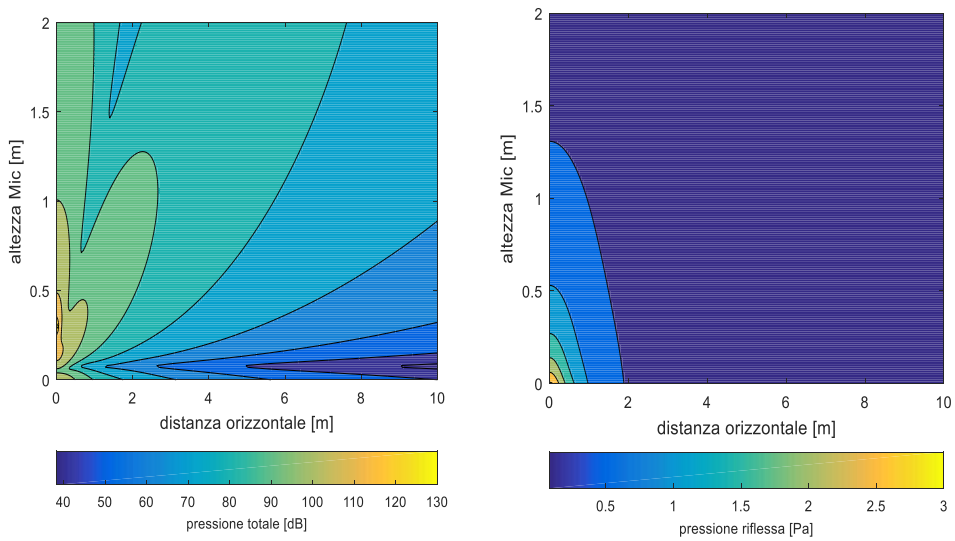
## 5.2. Risultati

Sono state condotte diverse simulazioni considerando tre valori di frequenza  $f$  (100, 500 e 1000 Hz), tre valori di spessore  $d$  (3, 100 e 200 cm), tre valori di altezza sorgente  $z_s$  (30, 100 e 200 cm) e tre valori di resistività  $\sigma$  (5000, 10000 e 100000 rayl/m) [2].

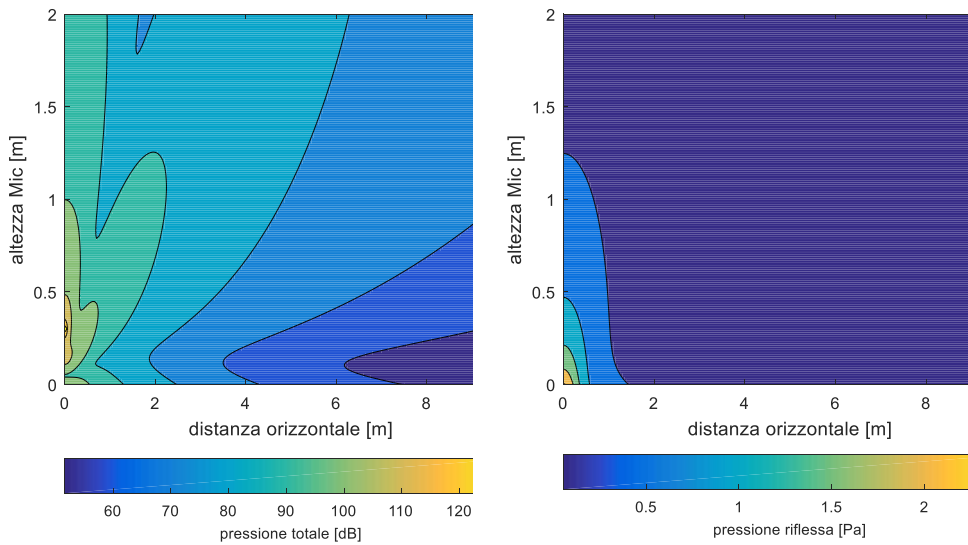


**Figura 5.1** Schema del sistema materiale-sorgente utilizzato nelle simulazioni numeriche

Di seguito vengono riportati i risultati di alcune elaborazioni utili per evidenziare alcune differenze.

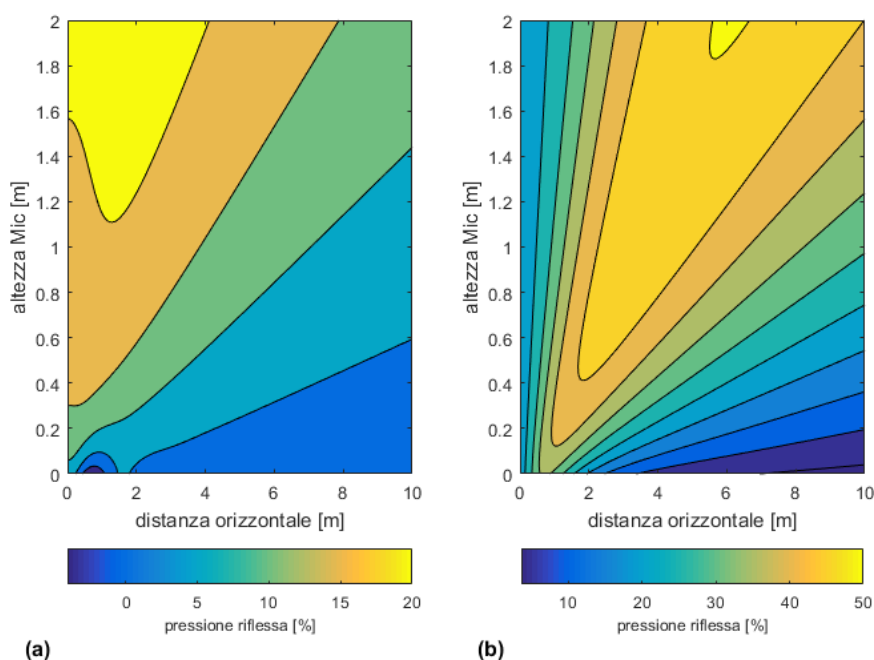


**Figura 5.2** Campo di pressione sonora al di sopra del materiale poroso ottenuto con il modello di Di e Gilbert.  $d = 3$  cm,  $\sigma = 5000$  rayl/m,  $f = 1000$  Hz e  $z_s = 30$  cm.



**Figura 5.3** Campo di pressione sonora al di sopra del materiale poroso ottenuto con il modello di Allard.  $d = 3$  cm,  $\sigma = 5000$  rayl/m,  $f = 1000$  Hz e  $z_s = 30$  cm.

Le figure 5.2 e 5.3 mostrano il campo di pressione sonora ottenuto, rispettivamente, con il modello di Di e Gilbert e con il modello di Allard. In particolare, esse mostrano il campo di pressione totale e il campo di pressione riflessa ottenuto eliminando il campo di pressione incidente (rappresentata dal primo termine dell'equazioni 5.1 e 5.3) che è uguale per entrambi i modelli. Si riferiscono ad un materiale poroso avente uno spessore di 3 cm e una resistività al flusso d'aria di 5000 rayl/m. Sono state ottenute impostando una frequenza pari a 1000 Hz e una sorgente posta a 30 cm dalla superficie del materiale. È possibile osservare delle differenze che però non riescono a spiegare in maniera chiara e sintetica l'effetto della scelta delle differenti condizioni al contorno.



**Figura 5.4** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Di e Gilbert (a) e con il modello di Allard (b).  $d = 3$  cm,  $\sigma = 5000$  rayl/m,  $f = 1000$  Hz e  $z_s = 30$  cm

Un modo per raggiungere tale obiettivo è quello di riferire la pressione sonora riflessa dal materiale poroso (rappresentata dagli ultimi due termini dell'equazione 5.1 e 5.3)

rispetto a quella riflessa dalla stessa superficie supposta rigida ed impervia. Fermo restando la posizione della sorgente e lo stesso generico punto ricevente  $R$  essa è data dalla seguente relazione:

$$p_{sr}(R) = D \left( \frac{e^{-ik_0 r_2}}{r_2^2} \right) \quad (5.5)$$

dove  $r_2$  è la distanza tra il punto ricevente e la sorgente sonora immagine così come evidenziato nella figura 3.1.

La figura 5.4 mostra l'andamento del valore assoluto del valore percentuale della pressione sonora riflessa così calcolata:

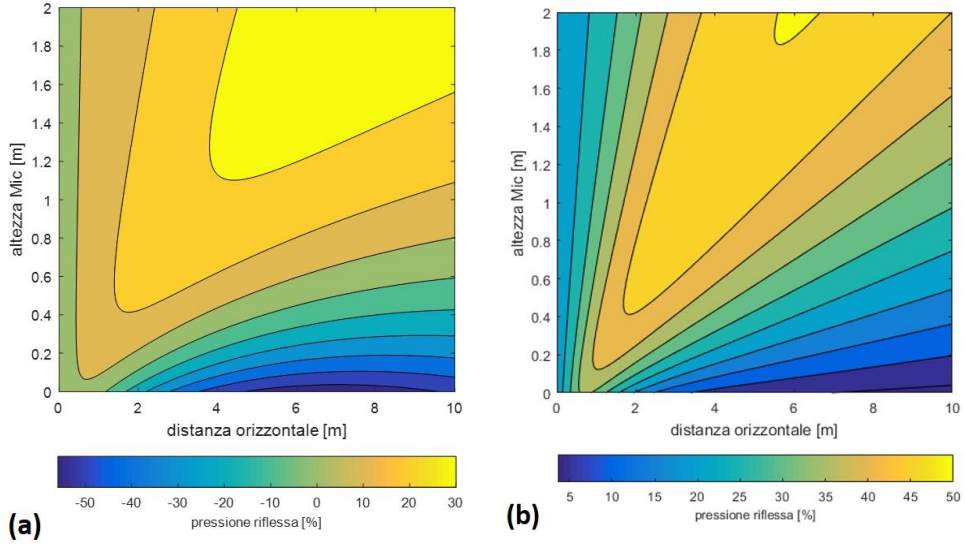
$$|p_{\%}(R)| = 100 \frac{p_r(R) - p_{sr}(R)}{p_{sr}(R)} \quad (5.6)$$

In questo caso le differenze sono chiaramente visibili ed è possibile mettere in luce anche altri interessanti risultati.

### 5.2.1. Relazione tra la teoria piana e la teoria sferica

Si consideri il campo sonoro ottenuto con il modello di Allard avendo imposto le seguenti condizioni al contorno:  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ . In particolare quello mostrato in figura 5.5 (b) rappresenta il valore percentuale della pressione normalizzata  $|p_{\%}(R)|$  così come indicato dall'equazione 5.6. Tale normalizzazione ha permesso di fare alcune considerazioni importanti riguardo il campo sonoro che si genera al di sopra di un materiale poroso quando su di esso agisce un campo sonoro sferico.

In figura 5.5 (b) possono essere individuate delle porzioni di spazio ordinate, evidenziate con diverse gradazioni di colore, dove  $|p_{\%}(R)|$  si mantiene costante. Infatti il luogo dei punti dello spazio che separa due diverse zone caratterizzate da differenti valori  $|p_{\%}(R)|$  sono disposti lungo una semiretta.

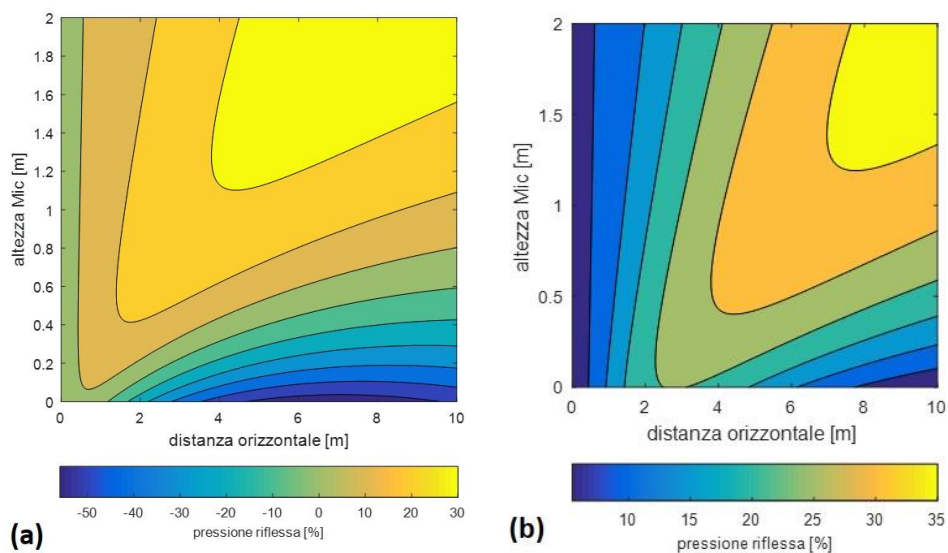


**Figura 5.5** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Allard.  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $z_s = 30 \text{ cm}$  e  $f = 500 \text{ Hz}$  (a) e  $f = 1000 \text{ Hz}$  (b)

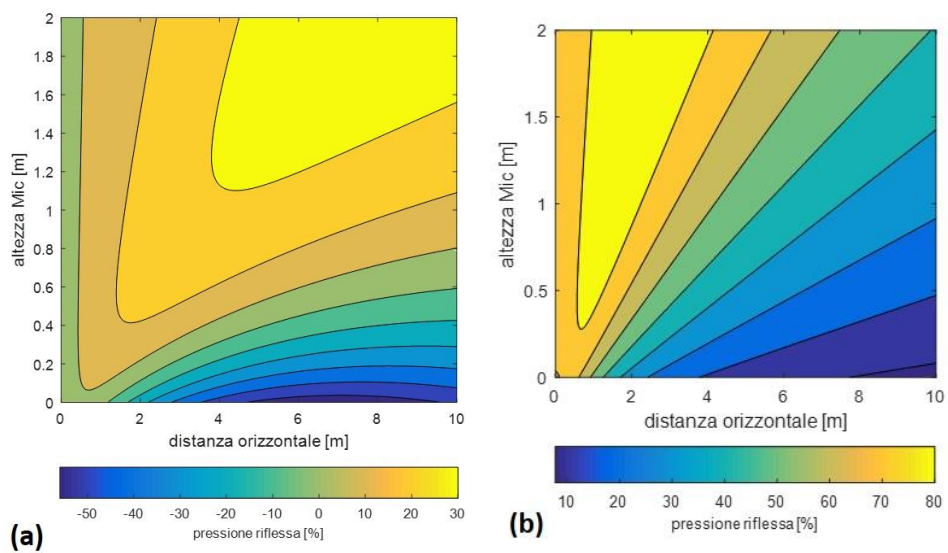
Questa condizione si verifica solo per particolari combinazioni di valori di frequenza, di posizione sorgente e di parametri del materiale poroso. Ad esempio la figura 5.5 (a) riporta i risultati ottenuti utilizzando una frequenza di  $500 \text{ Hz}$  mentre gli altri parametri sono rimasti invariati. In questo caso, il campo di pressione non presenta più un andamento ordinato.

La figura 5.6 (a) riporta l'andamento di  $|p_{\%}(R)|$  ottenuto considerando le seguenti condizioni al contorno:  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $f = 500 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ . Mentre, la figura 5.6 (b) si riferisce ad una posizione sorgente  $z_s = 100 \text{ cm}$ . In questo caso, si nota che, man mano che la sorgente si allontana dalla superficie del materiale poroso, il campo di pressione, in termini di  $|p_{\%}(R)|$ , tende ad avere un andamento lineare.

Allo stesso modo, variando lo spessore del materiale e mantenendo costanti  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $z_s = 30 \text{ cm}$  e  $f = 500 \text{ Hz}$ , l'andamento ordinato non è visibile per la combinazione di parametri detti e spessore  $d = 30 \text{ cm}$  (Fig 5.7 (a)) mentre, solo aumentando lo spessore del materiale fino  $d = 100 \text{ cm}$  è possibile ottenerlo (Fig 5.7 (b)).



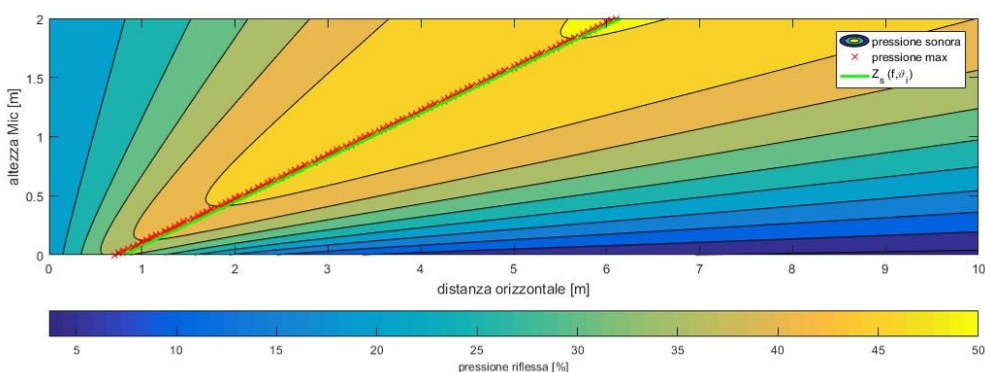
**Figura 5.6** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Allard.  $d = 3$  cm,  $\sigma = 5000$  rayl/m,  $f = 500$  Hz e  $z_s = 30$  cm (a) e  $z_s = 100$  cm (b)



**Figura 5.7** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Allard.,  $\sigma = 5000$  rayl/m,  $f = 500$  Hz,  $z_s = 30$  cm e  $d = 3$  cm (a) e  $d = 100$  cm (b)

I confronti riportati permettono, quindi, di affermare che non è possibile individuare una regola generale affinché si riscontri un andamento ordinato e lineare di  $|p_{\%}(R)|$  in quanto il campo di pressione sonora non è semplicemente legato alla frequenza ma, come detto, dipende anche dai parametri del materiale (ad esempio la resistività al flusso d'aria), lo spessore del materiale nonché l'altezza della sorgente sonora dalla superficie del materiale poroso.

Ritornando alla prima combinazione di parametri considerata nel diagramma di figura 5.5 (b) è possibile evidenziare, per ogni piano parallelo alla superficie del materiale, dei punti di massimo di  $|p_{\%}(R)|$  in ogni sezione trasversale passante per la posizione della sorgente. Tali punti, evidenziati con una croce rossa nel diagramma 5.8 si dispongono lungo una semiretta che ha come origine un punto sulla superficie del materiale poroso.

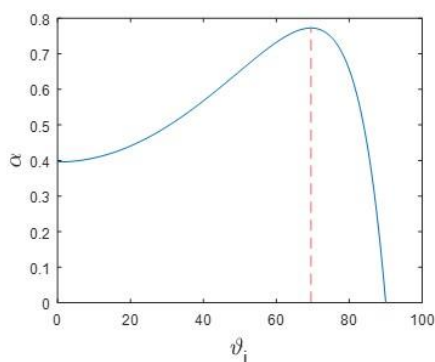


**Figura 5.8** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Allard.  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$

Essi corrispondono anche ai punti dove è minimo il valore del campo di pressione realmente riflessa dal materiale poroso. Inoltre tali punti possono essere in qualche modo riferiti a porzioni di superficie del materiale poroso in cui si è osservato un massimo di energia sonora assorbita. Infatti, un'attenta analisi ha rivelato che tali punti si allineano secondo una retta la cui inclinazione è strettamente legata all'angolo di massimo assorbimento calcolato secondo la teoria dell'onda piana.

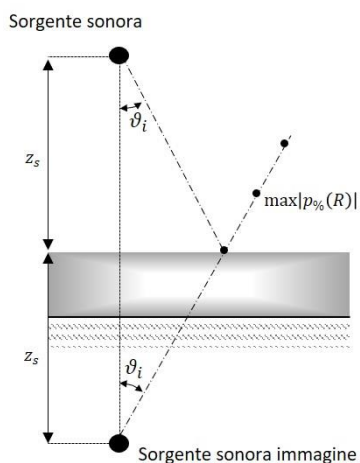


In altre parole fissata la frequenza e fissato il materiale poroso, l'andamento del coefficiente di assorbimento in funzione dell'angolo di incidenza ottenuto mediante le relazioni 2.10, 2.11 e 2.25, sarà massimo per un determinato angolo detto  $\vartheta_{max}$  (Fig. 5.9) pari a  $69.5^\circ$ .



**Figura 5.9** Andamento del coefficiente di assorbimento piano al variare dell'angolo di incidenza calcolato considerando un valore di impedenza funzione dell'angolo d'incidenza

La retta in verde in figura 5.8 ha, appunto, tale inclinazione ed ha come origine la sorgente sonora immagine così come riportato nella figura che segue:



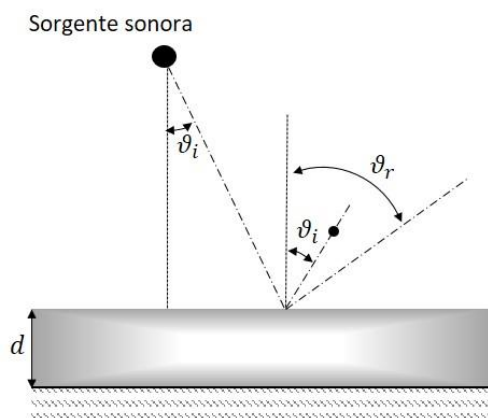
**Figura 5.10** Rappresentazione grafica della sorgente sonora immagine

In conclusione è possibile affermare che, per determinate combinazioni dei parametri prima evidenziati è possibile trovare una relazione tra la teoria piana e quella sferica. In particolare, è possibile evidenziare un legame tra il campo di pressione sonora ottenuto con la teoria sferica e il coefficiente di assorbimento massimo calcolato secondo la teoria di onda piana. Quanto detto è stato osservato per tutte le combinazioni dei parametri studiati per le quali si è verificato un andamento lineare di  $|p_{\%}(R)|$ .

Nel paragrafo che segue verranno riportate alcune considerazioni sull'angolo di riflessione.

### 5.2.2. Considerazioni sull'angolo di riflessione

Il risultato più interessante di questa trattazione è quello relativo al confronto tra gli angoli di riflessione speculare (nel caso di superficie perfettamente rigida) e l'angolo di riflessione reale (nel caso di materiale poroso) come riportato in figura 5.11.



**Figura 5.11** Differenza tra l'angolo di riflessione speculare e quello reale

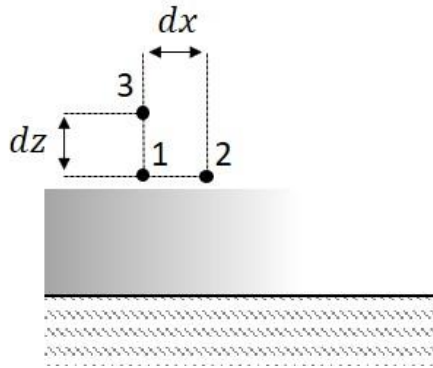
L'angolo di riflessione reale può essere determinato sulla base della velocità riflessa dal materiale poroso calcolata su un punto appartenente alla superficie del materiale. A sua volta questa può essere stimata come combinazione vettoriale delle sue

componenti orizzontali e verticale rispetto alla superficie del materiale. Tali componenti possono essere calcolate a partire dall'equazione di Eulero, secondo le relazioni:

$$u_x = -\frac{1}{\rho_0 \omega} \frac{dp}{dx} \quad (5.7)$$

$$u_z = -\frac{1}{\rho_0 \omega} \frac{dp}{dz} \quad (5.8)$$

e discretizzate così come indicato in figura 5.12.



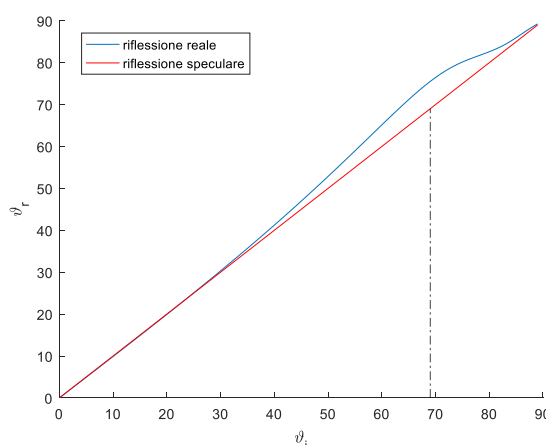
**Figura 5.12** Ingrandimento di una porzione di materiale

Attraverso la variazione di pressione riflessa nei punti 1 e 2, è possibile calcolare la componente di velocità riflessa lungo  $x$ . Allo stesso modo, considerando i punti 1 e 3, è possibile calcolare la componente lungo  $z$  della velocità riflessa. Per la determinazione delle pressioni è stato utilizzato il modello di Allard. La figura 5.13 riporta l'andamento dell'angolo di riflessione reale rispetto a quello di riflessione speculare valutato su tutti i punti della superficie del materiale. Il set di parametri utilizzato per determinare la figura 5.5 (b) sono:  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ .

In particolare, si verifica che l'angolo d'inclinazione della retta congiungente i punti di massimo di  $|p_{\%}(R)|$  (linea verde in figura 5.8) è pari proprio all'angolo d'incidenza

in corrispondenza del quale si verifica la massima divergenza tra l'angolo di riflessione speculare e l'angolo di riflessione reale.

Questo risultato, confermato anche per altre combinazioni di parametri evidenzia che, qualora il comportamento del materiale è tale da determinare un campo sonoro con profili lineari la riflessione di un'onda sonora su un materiale poroso non è speculare e si allontana da questa quanto più il materiale è fonoassorbente.



**Figura 5.13** Andamento dell'angolo di riflessione reale e speculare

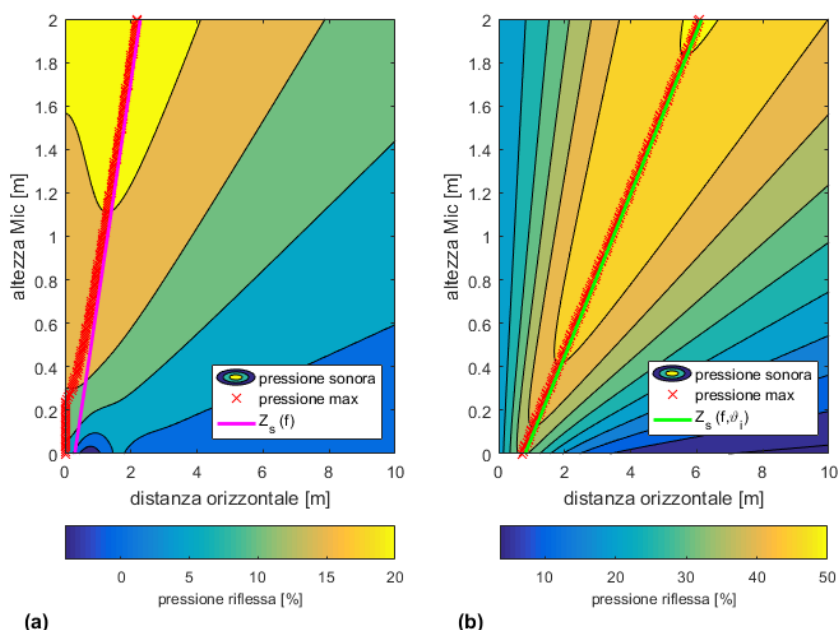
### 5.2.3. Influenza della condizione di impedenza superficiale

Le stesse simulazioni condotte utilizzando il modello di Allard sono state eseguite utilizzando il modello di Di e Gilbert. Questo ha permesso di mettere in evidenza le differenze tra il campo di pressione sonora che si genera al di sopra di un materiale poroso quando questo è supposto a reazione locale o non locale o, ciò che è lo stesso, imponendo una diversa condizione di impedenza superficiale. Infatti nel caso del modello di Di e Gilbert questa viene considerata costante lungo tutta la superficie del materiale poroso e quindi indipendente dall'angolo di incidenza mentre nel caso del modello di Allard essa viene valutata puntualmente una volta noto il campo di pressione e velocità.

Si consideri il campo sonoro ottenuto con il modello di Di e Gilbert avendo imposto le seguenti condizioni al contorno:  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ . In particolare quello mostrato in figura 5.5 (a) rappresenta l'andamento del valore assoluto del valore percentuale della pressione sonora riflessa  $|p_{\%}(R)|$  calcolato così come indicato dall'equazione 5.6.

Utilizzare un valore di pressione sonora normalizzato ha permesso, come si evince dal confronto in figura 5.5, di rendere visibili le differenze e di evidenziare un altro importante risultato ottenuto in seguito a tale analisi.

Come si evince dalla figura 5.5 (a), anche se si fa riferimento al campo sonoro ottenuto con il modello di Di e Gilbert, si determinano delle zone dello spazio caratterizzate da un uguale valore di  $|p_{\%}(R)|$ , ben ordinate e separate da semirette. Tali zone sono però completamente diverse da quelle ottenute normalizzando la pressione sonora ottenuta con il modello di Allard e quindi, imporre una diversa condizione al contorno, quale può essere il valore dell'impedenza superficiale, comporta una modifica del campo sonoro.

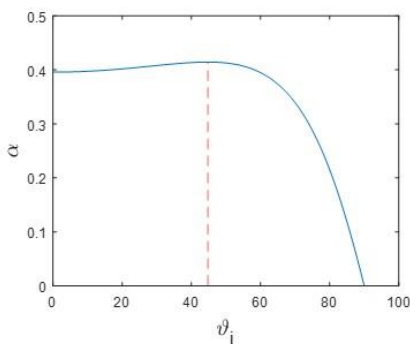


**Figura 5.14** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Di e Gilbert (a) e con il modello di Allard (b).  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$

Se, poi, con un ragionamento del tutto analogo a quello condotto precedentemente, si determinano i punti di massimo di  $|p_{\%}(R)|$  in figura 5.5 (a), si arriva ad un'altra importante conclusione.

Con riferimento alla figura 5.5 (a), ottenuta considerando un modello a reazione locale, i punti di massimo  $|p_{\%}(R)|$  si allineano secondo una retta. È stato verificato che l'inclinazione, ancora una volta, coincide con l'angolo di massimo assorbimento valutato secondo la teoria piana (Fig 5.15). Tale angolo è pari a  $44.8^{\circ}$  ed è stato calcolato usando un valore costante di impedenza superficiale (Eq. 5.2). Quindi, la retta in magenta riportata in figura 5.14 (a) ha un'inclinazione diversa da quella in verde in figura 5.14 (b) che, come già detto, è stata ottenuta considerando un valore d'impedenza funzione dell'angolo d'incidenza ed è pari a  $69.5^{\circ}$ .

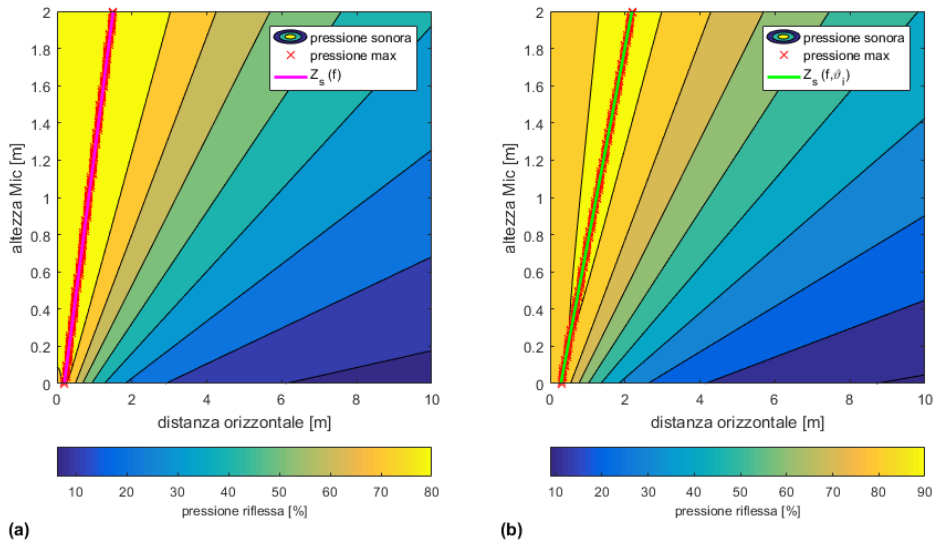
Si vuole sottolineare che nella figura 5.14, così come in quelle che verranno, gli angoli riportati non sono apprezzabili rispetto al loro valore effettivo. Infatti, contrariamente a quanto fatto nella figura 5.8, la dimensione sul piano orizzontale non è in scala con quella verticale. In questo caso si è preferito appaiare due figure simili ma ottenute con modelli diversi, per rendere più immediato il confronto.



**Figura 5.15** Andamento del coefficiente di assorbimento piano al variare dell'angolo di incidenza calcolato considerando un valore costante di impedenza

Il risultato più evidente di questo confronto è che se si utilizza erroneamente un modello a reazione locale si corre il rischio di collocare i punti di minima riflessione in una zona errata dello spazio.

Tale comportamento continua ad essere vero anche se si trascurano le aliquote di energia che riemergono dal materiale e dovute alle interflessioni al suo interno. A titolo di esempio, la figura 5.16 rappresenta l'andamento di  $|p_{\%}(R)|$  considerando un materiale di spessore  $d = 100 \text{ cm}$  sufficientemente elevato da annullare tutte le aliquote di energia non assorbite che dovrebbero riemergere dal materiale poroso.

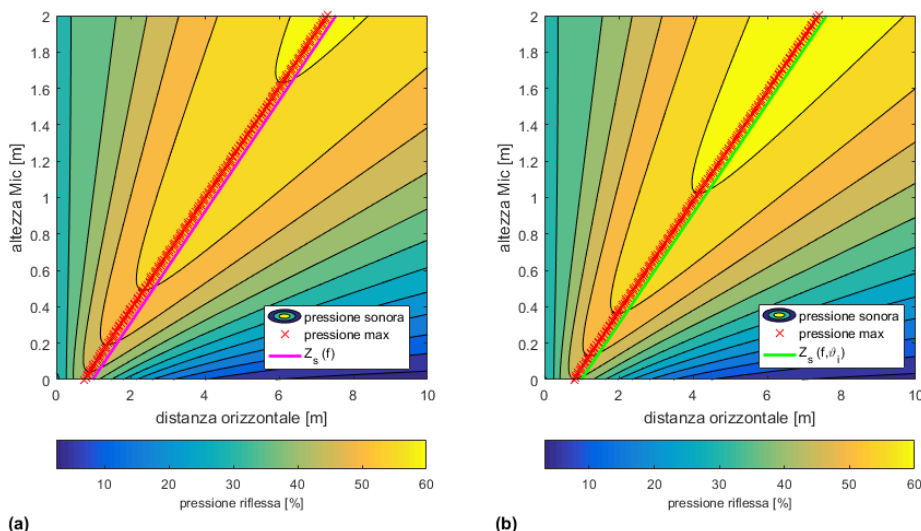


**Figura 5.16** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Di e Gilbert (a) e con il modello di Allard (b).  $d = 100 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$

In questo caso, il campo sonoro calcolato con il modello di Di e Gilbert e quello valutato con il modello di Allard tendono a diventare simili ma un'attenta analisi degli angoli di massimo assorbimento rivela che essi sono ancora differenti e pari rispettivamente a  $33.1^\circ$  e  $43.5^\circ$ . Anche in questo caso la direzione di massimo assorbimento è allineata con quella della retta congiungente i massimi valori di  $|p_{\%}(R)|$ .

Si immagina, adesso di aumentare la resistività al flusso d'aria del materiale poroso, come riportato in figura 5.17. I dati si riferiscono ad un materiale avente una resistività al flusso d'aria pari a  $\sigma = 100000 \text{ rayl/m}$ . È possibile vedere che il campo di

pressione sonora così come l'angolo di massimo assorbimento sono praticamente gli stessi a prescindere dal modello. In particolare l'inclinazione della retta che congiunge i punti di massimo valore di  $|p_{\%}(R)|$  è pari a circa  $73^\circ$  in entrambi i casi. Questo è un risultato atteso in quanto il materiale poroso, per un alto valore di resistività, tendere ad assumere un comportamento a reazione locale.



**Figura 5.17** Campo di pressione sonora riflessa espressa in percentuale calcolato con il modello di Di e Gilbert (a) e con il modello di Allard (b).  $d = 100 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 100000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$

Quanto detto è confermato anche dall'andamento dell'impedenza acustica superficiale calcolata, secondo il modello di Allard utilizzando l'equazione 5.3 e 5.4. In particolare, la figura 5.18 mostra il valore dell'impedenza superficiale facendo riferimento alle tre combinazioni di condizioni al contorno utilizzate in precedenza. Essa è stata determinata puntualmente sulla superficie del materiale al variare della posizione del punto ricevente rispetto alla sorgente.

#### SET (a)

$$d = 3 \text{ cm}$$

$$\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$$

$$f = 1000 \text{ Hz}$$

$$z_s = 30 \text{ cm}$$



---

**SET (b)**

---

$d = 100 \text{ cm}$	$\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$	$f = 1000 \text{ Hz}$	$z_s = 30 \text{ cm}$
----------------------	--------------------------------	-----------------------	-----------------------

---

---

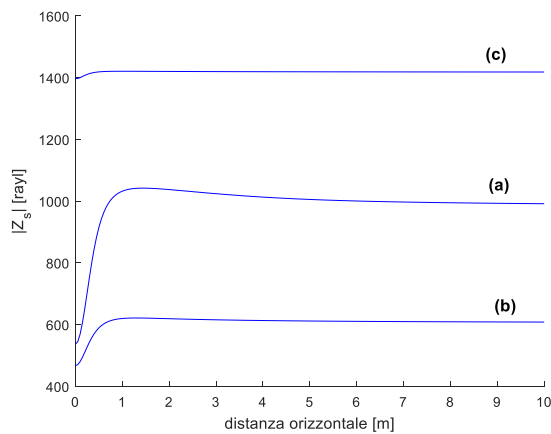
**SET (c)**

---

$d = 100 \text{ cm}$	$\sigma = 100000 \text{ rayl/m}$	$f = 1000 \text{ Hz}$	$z_s = 30 \text{ cm}$
----------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------

---

È possibile notare che solo nell'ultimo caso il valore di impedenza è costante ed è pari a quello calcolato con il modello piano (Eq 5.2) mentre negli altri due casi essa varia lungo la superficie. È, quindi, lecito aspettarsi che solo nell'ultimo caso i due grafici coincidano.



**Figura 5.18** Impedenza superficiale secondo il modello di Allard al variare delle condizioni al contorno. (a)  $d = 3 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ . (b)  $d = 100 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 5000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$ . (c)  $d = 100 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 100000 \text{ rayl/m}$ ,  $f = 1000 \text{ Hz}$  e  $z_s = 30 \text{ cm}$

## **Bibliografia**

[1] Dragonetti R., Romano R., *Errors when assuming locally reacting boundary condition in the estimation of the surface acoustic impedance*, Applied Acoustics, **115** (2017), pp. 121-130

[2] Napolitano M., Dragonetti R., Di Filippo S., Romano R., *Effect of the porous material modelling on the external sound field*, 24<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibration, London 2017

## Conclusioni

Obiettivo di tale lavoro di tesi è stato quello di studiare l'interazione tra un materiale poroso con un campo sonoro esterno. In particolare, come varia un campo sonoro al di sopra di un materiale poroso al variare delle condizioni al contorno quali le proprietà fisico-strutturali e quindi il comportamento acustico del materiale poroso, la posizione della sorgente sonora, la frequenza e il tipo di fronte d'onda che incide su di esso.

È stato, quindi, necessario un approfondimento relativamente allo studio di un fronte d'onda piano, partendo dal caso più semplice di incidenza normale per poi passare al caso di fronte d'onda piano ad incidenza obliqua.

In questo caso, per l'attività sperimentale, è stata implementata una tecnica nota come "Metodo di Tamura" che consente di misurare il coefficiente di riflessione complesso al variare dell'angolo d'incidenza del campo sonoro incidente. Sono state condotte una serie di misure sperimentali riguardanti diverse tipologie di materiale poroso allo scopo di ottenere dei risultati che potessero analizzare il comportamento di un materiale poroso quando su di esso incide un fronte d'onda non piano. L'analisi dei risultati sperimentali ha evidenziato che il metodo di Tamura consente di analizzare come varia il coefficiente di riflessione al variare dell'angolo d'incidenza ottenendo dei buoni risultati indipendentemente dal tipo di fronte d'onda incidente e dal comportamento locale del materiale. Essa però presenta dei limiti di applicabilità dovuti alle dimensioni finite dell'area di misura.

È stato, quindi, proposto un metodo per determinare il coefficiente di riflessione sferico che si basa sull'uso del modello di Allard. Tale modello, in seguito ad un confronto con indagini sperimentali, è risultato il migliore per quanto riguarda la previsione del campo di pressione sonora al di sopra di un materiale eccitato da una sorgente puntiforme. Noto il campo di pressione sonora, è stato possibile determinare il coefficiente di riflessione semplicemente basandosi sulla sua definizione ossia come rapporto tra la pressione riflessa e quella incidente.

Confronti numerici e sperimentali tra il coefficiente di riflessione piano e quello sferico hanno permesso di mettere in luce le differenze esistenti tra essi. È emerso che il coefficiente di riflessione del materiale poroso differisce da quello calcolato secondo la teoria di onda piana quando la sorgente si trova troppo vicino alla superficie del materiale e quando quest'ultimo ha un comportamento a reazione non locale.

Infine, è stato mostrato un confronto tra il campo sonoro che si genera al di sopra di un materiale quando questo viene supposto a reazione locale o a reazione non locale, per approfondire l'influenza che un diverso comportamento acustico del materiale ha sul coefficiente di riflessione. Da tale confronto è stato possibile evidenziare un legame tra il campo di pressione sonora e il coefficiente di assorbimento massimo calcolato secondo la teoria di onda piana. In particolare, se la sorgente è sufficientemente lontana dalla superficie del materiale poroso o, ciò che è lo stesso, è alta la frequenza, è stato osservato che l'angolo di riflessione non è speculare e che la massima differenza tra l'angolo di riflessione reale e quello speculare si registra proprio in corrispondenza della direzione di massimo assorbimento. Viceversa, però, tale legame non è verificato se si riduce la frequenza. Questo potrebbe essere dovuto alla reattività del campo sonoro in prossimità della superficie. Questi risultati sono, tuttora, sottoposti ad una convalida sperimentale.

## Appendice

Il valore di pressione sonora fornito dai modelli di Nobile e Hayek, Di e Gilbert, Chien e Soroka e, infine, il modello di Allard richiede la risoluzione di un integrale. Questo è stato risolto attraverso una procedura realizzata in ambiente Matlab basata sulla funzione “quadgk”:

$$q = \text{quadgk}(f, a, b, \text{abstol})$$

dove  $f$  è il nome della funzione da integrare che deve essere una funzione handle,  $a$  e  $b$  sono gli estremi di integrazione che possono essere, uno o entrambi, infiniti.

L'argomento facoltativo *abstol* definisce la tolleranza assoluta utilizzata per interrompere la procedura di integrazione. Il valore predefinito è  $1e - 10$ . Nelle simulazioni numeriche condotte, il valore di tolleranza è stato scelto, in seguito ad un'attenta analisi preliminare, in modo tale da avere un buon compromesso tra i tempi computazionali e la qualità del risultato.

Tale funzione consente di valutare numericamente l'integrale di  $f$  tra  $a$  e  $b$  usando la quadratura Gauss-Konrod adattativa. L'algoritmo utilizzato da “quadgk” prevede la suddivisione dell'intervallo di integrazione e la valutazione della funzione  $f$  in ciascun sottointervallo, quindi il risultato ottenuto è un vettore.